

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM E ANÁLISE DE UM COMPRESSOR ALTERNATIVO
LINEAR PARA REFRIGERAÇÃO**

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

EMÍLIO RODRIGUES HÜLSE

Florianópolis, abril de 2008

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM E ANÁLISE DE UM COMPRESSOR LINEAR
PARA REFRIGERAÇÃO DOMÉSTICA**

EMÍLIO RODRIGUES HÜLSE

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

MESTRE EM ENGENHARIA

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA
sendo aprovada em sua forma final.**

Prof. Alvaro T. Prata, Ph.D. - Orientador

Prof. Fernando Cabral, Ph.D. - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D. - Presidente

Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr.Eng.

Prof. César José Deschamps, Ph.D.

**Este trabalho é dedicado à minha família;
meus pais, Júlio César e Suzana Rodrigues Hülse;
meus irmãos, Diego e Juliano;**

**À minha esposa Eluza
pelo carinho, compreensão e companheirismo,
a meu filho Eduardo
pelos momentos de alegria.**

AGRADECIMENTOS

À Whirlpool S.A. – Unidade de compressores (Embraco), pelo grande apoio e oportunidade de conciliar as atividades profissionais e o desenvolvimento pessoal.

Ao professor Alvaro Toubes Prata, pela dedicação, competência e palavras de incentivo nas horas mais apropriadas durante a orientação deste trabalho.

Ao pesquisador Manfred Krueger, pela compreensão e apoio.

Aos pesquisadores Dietmar Lilie e Paulo Rogério Carrara Couto, pelas contribuições dadas a este trabalho.

Aos professores Arcanjo Lenzi, Antônio Fábio Carvalho da Silva e César José Deschamps por comporem a banca examinadora.

Aos amigos e colegas Gustavo Weber e Ricardo Maciel, companheiros de longas jornadas durante as aulas do curso de pós-graduação.

A todos os colegas da Embraco pelo ambiente de trabalho agradável e de incentivo à excelência.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS.....	xi
SIMBOLOGIA	xii
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvi
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 Modelagem de compressores	7
2.2 Modelagem de atuadores lineares	9
2.3 Modelagem do problema de lubrificação.....	9
2.4 Método da quadratura diferencial	12
3 MODELAGEM DO COMPRESSOR LINEAR	14
3.1 Modelagem da dinâmica do pistão.....	14
3.2 Modelagem da força devido ao atuador linear.....	16
3.3 Modelagem termodinâmica do compressor	19
3.4 Modelagem da dinâmica das válvulas.....	23
3.5 Modelagem do escoamento através das válvulas.....	25
3.6 Modelagem das pulsações de sucção e descarga	28
3.6.1 O ressonador de Helmholtz	28
3.6.2 Pulsação no sistema de sucção	32
3.6.3 Pulsação no sistema de descarga	34
3.6.4 Coeficientes de amortecimento do fluido nos gargalos.....	36
4 MODELAGEM DO PROBLEMA DE LUBRIFICAÇÃO.....	39
4.1 Modelo físico	39
4.2 Espessura local do filme fluido	41
4.3 Carregamento sobre o pistão.....	43
4.4 Modelo do escoamento na folga pistão cilindro	44
4.5 Modelo do escoamento nos canais de alimentação.....	49
4.6 Modelo para força de atrito viscoso sobre o pistão	51
4.7 Modelo para equilíbrio dinâmico do pistão dentro da folga	52
5 DESEMPENHO DO COMPRESSOR LINEAR	55
5.1 Critérios de desempenho	55

5.2 Perdas de energia	58
5.3 Perdas de massa	62
6 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO	66
6.1 Obtenção do campo de pressão	67
6.2 Cálculo das forças e momentos	73
6.3 Procedimento para solução das equações da dinâmica do pistão	73
6.4 Vazão mássica nas extremidades do pistão	76
6.6 Força de atrito viscoso sobre o pistão	76
7 RESULTADOS E DISCUSSÕES	78
7.1 Geração da malha	78
7.2 Resultados para pistão estático	81
7.2.1 Estudo da malha para caso estático	81
7.2.2 Comparação com resultados experimentais	82
7.2.3 Influência da folga radial	83
7.2.4 Influência do diâmetro dos canais de alimentação	85
7.2.5 Influência do arranjo de orifícios de insuflamento	86
7.3 Resultados para compressor linear	88
7.3.1 Estudo da malha.....	89
7.3.2 Avaliação do intervalo de tempo	93
7.3.3 Resultados para o compressor linear	93
7.3.4 Efeito da condição de operação	97
7.3.5 Efeito da folga radial	99
7.3.6 Efeito do diâmetro dos canais de alimentação	101
7.3.7 Efeito do diâmetro do pistão	103
8 CONCLUSÕES	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	110
APÊNDICE 1 – MÉTODO DA QUADRATURA DIFERENCIAL	115
APÊNDICE 2 – CAMPOS DE PRESSÃO DO PISTÃO PNEUMÁTICO	131

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Ciclo de refrigeração por compressão de vapor.....	1
Figura 1.2 – Diagrama P-h, para um ciclo padrão de refrigeração.....	2
Figura 1.3 – Representação do mecanismo do compressor alternativo biela manivela	3
Figura 1.4 – Representação do mecanismo do compressor alternativo linear.....	4
Figura 1.5 – Esquema de lubrificação pelo próprio refrigerante	5
Figura 3.1 – Sistema mecânico equivalente – 2 graus de liberdade	15
Figura 3.2 – Diagramas de corpo livre – pistão e cilindro	16
Figura 3.3 – Circuito equivalente do atuador linear	17
Figura 3.4 – Volume de controle no cilindro.....	19
Figura 3.5 – Válvula com 1 grau de liberdade	23
Figura 3.6 – Diagrama de corpo livre da válvula com 1 grau de liberdade.....	24
Figura 3.7 – Válvula e escoamento através de orifício equivalente	25
Figura 3.8 – Ressonador de Helmholtz	29
Figura 3.9 – Sistema de sucção do compressor	32
Figura 3.10 – Sistema de descarga do compressor.....	34
Figura 3.11 – Interação entre os modelos matemáticos.....	38
Figura 4.1 – Dimensões principais do mancal do pistão	39
Figura 4.2 – Orientação do pistão dentro do cilindro	40
Figura 4.3 – Geometria para folga pistão cilindro desenvolvida.....	41
Figura 4.4 – Seção genérica do mancal	41
Figura 4.5 – Seção do mancal no plano $\eta\zeta$	42
Figura 4.6 – Equilíbrio de forças sobre o pistão.....	43
Figura 4.7 – Domínio de solução (folga pistão cilindro planificada).....	48
Figura 4.8 – Representação do canal de alimentação do mancal	49
Figura 5.1 – Fluxo de potência no compressor.....	59
Figura 5.2 – Diagrama indicado (pressão vs. volume)	60
Figura 5.3 – Perdas na taxa de vazão mássica.....	63
Figura 6.1 – Discretização do domínio de solução.....	68

Figura 6.2 – Volume de controle típico	68
Figura 6.3 – Esquema de aproximação das pressões nas faces	70
Figura 7.1 – Cilindro com três orifícios de insuflamento: (a) defasados; (b) alinhados	79
Figura 7.2 – Cilindro com quatro orifícios de insuflamento: (a) defasados; (b) alinhados	79
Figura 7.3 – Esquema da malha para orifícios alinhados	80
Figura 7.4 – Esquema da malha para orifícios defasados.....	80
Figura 7.5 – Força de sustentação máxima – comparação com dados experimentais.....	83
Figura 7.6 – Influência da folga radial pistão cilindro sobre a capacidade de carga.....	84
Figura 7.7 – Influência do diâmetro dos canais de alimentação sobre a capacidade de carga, para várias folgas radiais	85
Figura 7.8 – Influência do diâmetro dos canais de alimentação sobre a vazão mássica, para várias folgas radiais	86
Figura 7.9 – Influência do arranjo de orifícios sobre a força de sustentação em função do ângulo de aplicação do carregamento	87
Figura 7.10 – Carregamento sobre o pistão do compressor linear em função da posição do pistão	89
Figura 7.11 – Efeito da malha na excentricidade do topo ao longo de um ciclo de compressão	90
Figura 7.12 – Efeito da malha na excentricidade da saia ao longo de um ciclo de compressão	91
Figura 7.13 – Efeito da malha na vazão mássica de insuflamento ao longo de um ciclo de compressão	91
Figura 7.14 – Malha no ponto morto inferior.....	92
Figura 7.15 – Malha no ponto morto superior.....	92
Figura 7.16 – Diagrama $P \times V$ para o compressor linear	94
Figura 7.17 – Diagrama Massa x Volume para o compressor linear	95
Figura 7.18 – Pulsação de pressão no sistema de sucção e movimento da válvula para o compressor linear	96
Figura 7.19 – Pulsação de pressão no sistema de descarga e movimento da válvula para o compressor linear	96
Figura 7.20 – Excentricidade do topo do pistão ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação.....	98
Figura 7.21 – Excentricidade da saia do pistão ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação.....	98

Figura 7.22 – Insuflamento de refrigerante no pistão ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação	99
Figura 7.23 – Pressão no cilindro ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação	99
Figura 7.24 – Órbita do topo do pistão, para várias folgas radiais entre o pistão e o cilindro.....	100
Figura 7.25 – Órbita da saia do pistão, para várias folgas radiais entre o pistão e o cilindro.....	101
Figura 7.26 – Órbita do topo do pistão, para vários diâmetros de alimentação	102
Figura 7.27 – Órbita da saia do pistão, para vários diâmetros de alimentação	103
Figura 7.28 – Perdas de massa para compressores lineares 1 e 2.....	104
Figura 7.29 – Perdas de energia para compressor lineares 1 e 2.....	105
Figura 7.30 – Corrente elétrica no atuador linear para compressores lineares 1 e 2.....	105
Figura 7.31 – Órbita dos pistões dos compressores lineares 1 e 2	106
 Figura A1.1 – Malha DQM para domínio retangular.....	115
Figura A1.2 – Perfil da variável ψ ao longo da linha média	121
Figura A1.3 – Erro derivada primeira variável ψ nas faces	122
Figura A1.4 – Placa com insuflamento central.....	123
Figura A1.5 – Região de influência do ponto de insuflamento	125
Figura A1.6 – Resultados da placa com insuflamento central através do DQM.....	126
Figura A1.7 – Pressão ao longo da linha central da placa.....	126
Figura A1.8 – Pressão ao longo da linha central da placa – região próxima a borda.....	127
Figura A1.9 – Função $\delta(r)$ em função do parâmetro c para várias malhas	128
Figura A1.10 – Pressão na linha central, comparativo DQM x volumes finitos.....	130
 Figura A2.1 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,000$	131
Figura A2.2 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,125$	132
Figura A2.3 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,250$	132
Figura A2.4 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,375$	133
Figura A2.5 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,500$	133
Figura A2.6 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,625$	134
Figura A2.7 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,750$	134
Figura A2.8 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,875$	135

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1 – Características geométricas do pistão do compressor linear típico	81
Tabela 7.2 – Distribuição de volumes para malhas (de acordo com a figura 7.3)	82
Tabela 7.3 – Efeito da malha sobre a solução para pistão estático.....	82
Tabela 7.4 – Efeito do arranjo e quantidade de orifícios de insuflamento sobre vazão de insuflamento e força de sustentação média	87
Tabela 7.5 – Características físicas do compressor linear	88
Tabela 7.6 – Efeito da malha sobre algumas grandezas de interesse	90
Tabela 7.7 – Efeito do intervalo de tempo sobre algumas grandezas de interesse.....	93
Tabela 7.8 – Perdas para o compressor linear	95
Tabela 7.9 – Condições de operação do compressor.....	97
Tabela 7.10 – Efeito da folga sobre a estabilidade dinâmica do mancal.....	100
Tabela 7.11 – Efeito do diâmetro dos canais de restrição sobre a estabilidade dinâmica do mancal	102
Tabela 7.12 – Características geométricas de dois compressores lineares.....	104
 Tabela A1.1 – Resultados numéricos para DQM + termo fonte distribuído.....	 129
Tabela A1.2 – Resultados numéricos para volumes finitos + termo fonte concentrado	129

SIMBOLOGIA

Alfabeto Latino:

A_p	Área do pistão	[m ²]
A_e	Área efetiva de escoamento sobre as válvulas	[kg]
B_e	Área efetiva de força sobre as válvulas	[kg]
c	Folga radial média entre o pistão e o cilindro	[m]
	Velocidade do som no meio	[m/s]
c_p	Calor específico a pressão constante	[J/kgK]
c_v	Calor específico a volume constante	[J/kgK]
e_0	Excentricidade no topo do pistão	[m]
e_1	Excentricidade na saia do pistão	[m]
F_f	Força de atrito viscoso entre o pistão e o cilindro	[N]
F_m	Força magnética gerada pelo atuador linear	[N]
F_o	Força de carregamento aplicada sobre o pistão	[N]
F_r	Força de sustentação do pistão	[N]
h	Entalpia do gás na câmara de compressão	[J/kg]
	Espessura local do filme fluido na folga pistão-cilindro	[m]
I	Corrente elétrica do atuador linear	[A]
K_r	Rigidez da mola ressonante do compressor linear	[N/m]
K_s	Rigidez da mola de suspensão do compressor linear	[N/m]
L_{mot}	Indutância do atuador linear	[H]
m	Massa de gás dentro do cilindro	[kg/s]
\dot{m}	Vazão mássica de gás	[kg/s]
M	Número de Mach do escoamento	
M_c	Massa do compressor linear associada ao cilindro	[kg]
M_p	Massa do compressor linear associada ao pistão	[kg]
M_o	Momento de carregamento aplicada sobre o pistão	[N.m]
M_r	Momento de sustentação do pistão	[N.m]

p	Pressão	[Pa]
P_{cil}	Pressão na câmara de compressão	[Pa]
P_s	Pressão na saia do pistão	[Pa]
R	Raio do pistão	[m]
\Re	Constante do gás refrigerante	[J/kgK]
R_{per}	Resistência associada às perdas periféricas do atuador linear	[Ω]
R_{bob}	Resistência da bobina do atuador linear	[Ω]
R_{fe}	Resistência associada às perdas nas lâminas do atuador linear	[Ω]
T	Temperatura do gás na câmara de compressão	[°C]
T_w	Temperatura das paredes da câmara de compressão	[°C]
y_{pis}	Distância instantânea entre topo do pistão e placa válvula	[m]
Y_p	Deslocamento do pistão em relação a sua posição de repouso	[m]
Y_c	Deslocamento do cilindro em relação a sua posição de repouso	[m]
Y_o	Distância de repouso entre topo do pistão e placa de válvulas (<i>in-stop</i>)	[m]
v	Volume específico do gás na câmara de compressão	[m ³ /kg]
V	Volume da câmara de compressão	[m ³]
V_m	Volume morto do compressor	[m ³]
V_{mot}	Tensão contra-eletromotriz do atuador linear	[V]
V_p	Velocidade relativa entre o pistão e o cilindro	[m/s]
w	Deslocamento das válvulas	[m]

Alfabeto Grego:

α	Constante do atuador linear	[N/A ou Vs/m]
ρ	Densidade	[kg/m ³]
ξ	Coeficiente de amortecimento das válvulas	[kg/m ³]
	Coordenada na direção circunferencial do mancal pneumático	
η	Rendimento	
	Coordenada na direção axial do mancal pneumático	
γ	Razão de calores específicos do gás	

μ	Viscosidade absoluta do gás	[Pa.s]
τ	Tensão de cisalhamento no gás	[Pa]
μ	Viscosidade absoluta do gás	[Pa.s]

Índices:

i,j	Localização dos pontos da malha computacional na direção circunferencial e axial, respectivamente.
P	Volume de controle sob discretização
N,S,E,W	Localização dos pontos nos centros dos volumes de controle ao norte, sul, leste e oeste, respectivamente, do volume sob discretização.
n,s,e,w	Localização dos pontos nas faces norte, sul, leste e oeste, respectivamente, do volume sob discretização
*	Valor da variável no instante de tempo anterior.

RESUMO

Compressores lineares utilizam um atuador linear para acionar o pistão diretamente em seu movimento alternativo, eliminando vários mancais que convertem o movimento rotativo em alternativo nos compressores convencionais. Adicionalmente, a presença de cargas laterais é minimizada porque a força de compressão que atua no mecanismo está alinhada com o eixo de movimentação. Como a única superfície de deslizamento é a interface pistão cilindro, é possível utilizar o próprio refrigerante como fluido lubrificante. A separação entre o pistão e o cilindro é garantida pelo desvio de uma pequena quantidade de refrigerante a alta pressão da câmara de descarga para a folga entre o pistão e o cilindro. A vazão mássica desviada deve ser otimizada para garantir que não haja contato entre o pistão e o cilindro sem que o desempenho global do compressor seja penalizado.

Um modelo matemático foi desenvolvido para analisar a dinâmica de um mancal a gás com canais de compensação. Ele inclui os efeitos da geometria pistão-cilindro, posição dos orifícios de insuflamento de refrigerante e condições de operação. Um código computacional foi desenvolvido de forma a obter a trajetória do pistão e avaliar sua estabilidade. Um compressor linear operando com R134a foi analisado e os resultados mostram que o pistão é bastante estável e que a vazão mássica perdida e a perda por fricção são muito pequenas.

ABSTRACT

Linear compressors use a linear actuator to drive the piston directly in its reciprocating motion, eliminating several bearings that convert a rotation into a reciprocating motion in conventional reciprocating compressors. Additionally, the presence of side loads is minimized because the main forces in the mechanism are aligned to the axis of motion. Since the only sliding surface is the piston cylinder interface, it is possible to use the refrigerant gas as a lubricant. The separation between piston and cylinder is provided by passing a small mass flow of refrigerant at high pressure from the discharge chamber. The ratio of mass flow circulated back into the cylinder should be optimized to avoid piston-cylinder contact, without affecting the overall performance of the compressor.

A mathematical model is developed to explore the dynamics of a capillary compensated gas lubricated piston for a linear compressor. It takes into account the effects of piston-cylinder geometry, position of the gas ports and operating conditions. A corresponding computer program is described which predicts the piston trajectory and evaluates its stability. Results are presented for a reference case of a linear compressor, which uses R134a refrigerant. It is found that the piston is very stable and the required refrigerant mass flow bypassed and friction loss are both negligible.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os sistemas de refrigeração mecânicos têm evoluído muito, passando a fazer parte do dia a dia da sociedade. Seja para o armazenamento de alimentos, conforto humano, controle de temperatura em laboratórios e, mais recentemente, em sistemas de computadores, os sistemas de refrigeração estão sempre presentes.

Os principais métodos de refrigeração mecânica são: compressão de vapor, absorção de vapor, ciclo de ar e ejeção de vapor. No entanto, a grande maioria das instalações de refrigeração, desde refrigeradores domésticos até grandes sistemas industriais, usa o princípio de compressão de vapor, que através da evaporação de um líquido a baixas temperatura e pressão produz o efeito de refrigeração com a retirada de calor do ambiente.

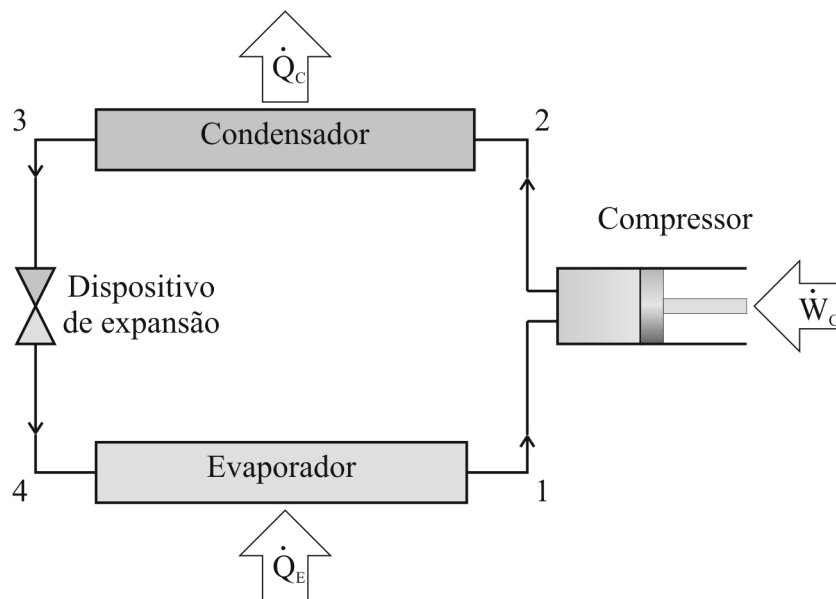


Figura 1.1 – Ciclo de refrigeração por compressão de vapor.

Em 1834, Perkins propôs o arranjo de um sistema de refrigeração por compressão de vapor ilustrado na figura 1.1. Basicamente o sistema consta de quatro componentes principais: evaporador, compressor, condensador e dispositivo de expansão. Faz parte ainda do sistema de refrigeração a tubulação que conecta esses elementos de forma a constituir um sistema fechado.

O fluido refrigerante, no estado líquido saturado, é forçado a evaporar numa temperatura mais baixa do que aquela do ambiente a ser refrigerado, devido à ação conjunta

do compressor e do dispositivo de expansão. Durante a evaporação, calor é retirado do ambiente ou substância a refrigerar, produzindo assim o efeito de refrigeração. No estado de vapor, o fluido refrigerante é comprimido, elevando a sua temperatura e pressão, e forçado para o condensador. No condensador o fluido refrigerante rejeita calor para um meio externo, condensando e voltando ao estado líquido. O líquido refrigerante volta então ao dispositivo de expansão e o processo se repete. Os estados termodinâmicos do fluido refrigerante podem ser observados no diagrama P-h (pressão – entalpia) da figura 1.2.

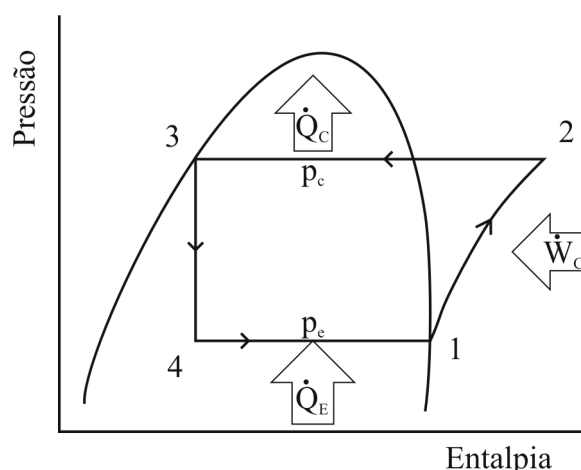


Figura 1.2 – Diagrama P-h, para um ciclo padrão de refrigeração.

O diagrama P-h apresentado é denominado de ciclo padrão, devido à presença de fluido refrigerante saturado na saída do condensador.

Da descrição anterior observa-se o papel importante do compressor nos sistemas de refrigeração: deslocar o fluido refrigerante e atuar sobre a diferença de pressão entre as duas linhas do sistema. Assim, o consumo de energia em um ciclo de refrigeração está relacionado à potência consumida pelo compressor (\dot{W}_c).

Os fabricantes de compressores investem em desenvolvimento, principalmente na área de eficiência, ruído e custo. Investem também na introdução de novos fluidos de trabalho menos agressivos ao meio ambiente, o que leva à necessidade de novos projetos. A indústria de refrigeração é muito pressionada pela sociedade em relação a aspectos ambientais e de consumo de energia, uma vez que significativa parcela do consumo de energia elétrica é despendida para refrigeração e conforto térmico.

Os compressores utilizados na indústria de refrigeração podem ser classificados em dois tipos principais: compressores rotodinâmicos e compressores de deslocamento positivo.

Os compressores rotodinâmicos fornecem quantidade de movimento ao fluido que ao escoar por um difusor é transformada em pressão. Isto pode ser feito com escoamento radial ou axial. A maioria dos compressores rotodinâmicos utilizados em refrigeração é do tipo de escoamento radial e são conhecidos como compressores centrífugos. Os compressores de escoamento axial são usados em circunstâncias especiais, principalmente em instalações de liquefação de gás natural.

Nos compressores de deslocamento positivo a compressão do vapor é efetuada mecanicamente por um elemento de compressão. Vapor é introduzido no compressor e tendo o seu volume diminuído. Durante o processo de compressão, a pressão do refrigerante aumenta até atingir o valor desejado e em seguida é liberado na linha de descarga.

Os compressores de deslocamento positivo podem ser classificados em: alternativo, *scroll*, rotativo de palheta e rotativo de parafuso. No compressor alternativo, o elemento de compressão é um pistão alternativo, enquanto que nos compressores rotativos o elemento de compressão pode ser uma palheta, rolo ou lóbulo. Nos compressores scroll a compressão realizada pela interação de uma espiral orbitante excentricamente contra uma espiral fixa.

Dentre os compressores alternativos temos os mecanismos baseados no conceito de biela e manivela e mais recentemente os compressores baseados em atuadores lineares oscilantes (compressores lineares).

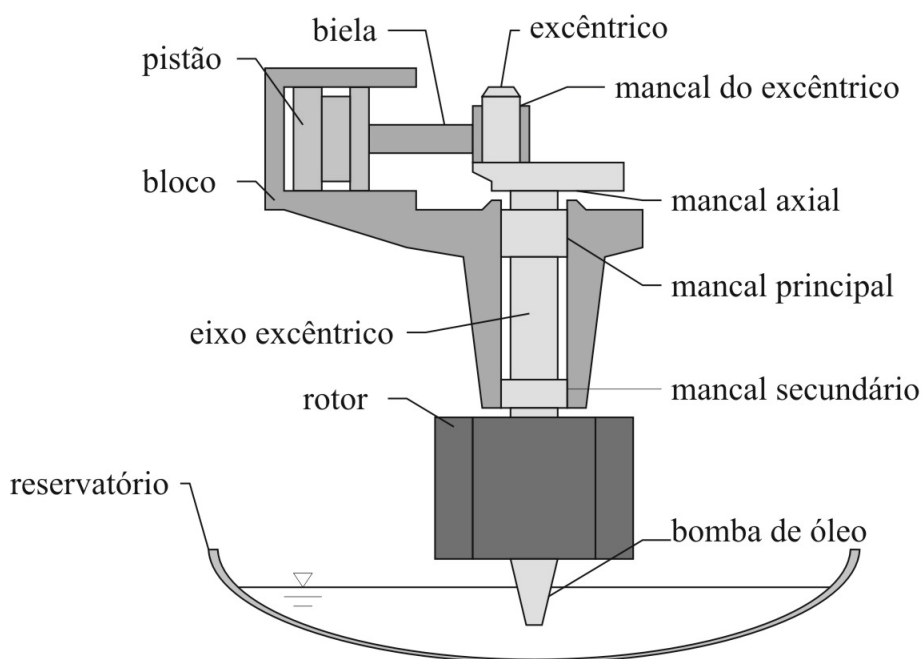


Figura 1.3 – Representação do mecanismo do compressor alternativo biela-manivela.

Os compressores alternativos tradicionais usam um sistema biela e manivela para converter o movimento rotativo do motor elétrico no movimento alternativo necessário para acionar o pistão. Para tal necessitam de uma série de partes móveis e mancais de deslizamento que acarretam perdas por atrito. Além disso, o fato de o eixo de movimento principal do pistão, e por consequência, de atuação das forças de compressão não estar alinhado com o acionamento gera forças laterais que precisam ser cuidadosamente tratadas para evitar problemas de confiabilidade do mecanismo.

Por outro lado, os compressores lineares utilizam um atuador linear para movimentar diretamente o pistão, com isso eliminando a necessidade dos mancais do eixo, excêntrico e biela, visto que a única superfície deslizante é a interface pistão cilindro (figura 1.4). Mais ainda, a geração de forças laterais é minimizada pois todos os esforços estão alinhados com o eixo principal de movimentação, levando a uma considerável redução nas perdas por atrito.

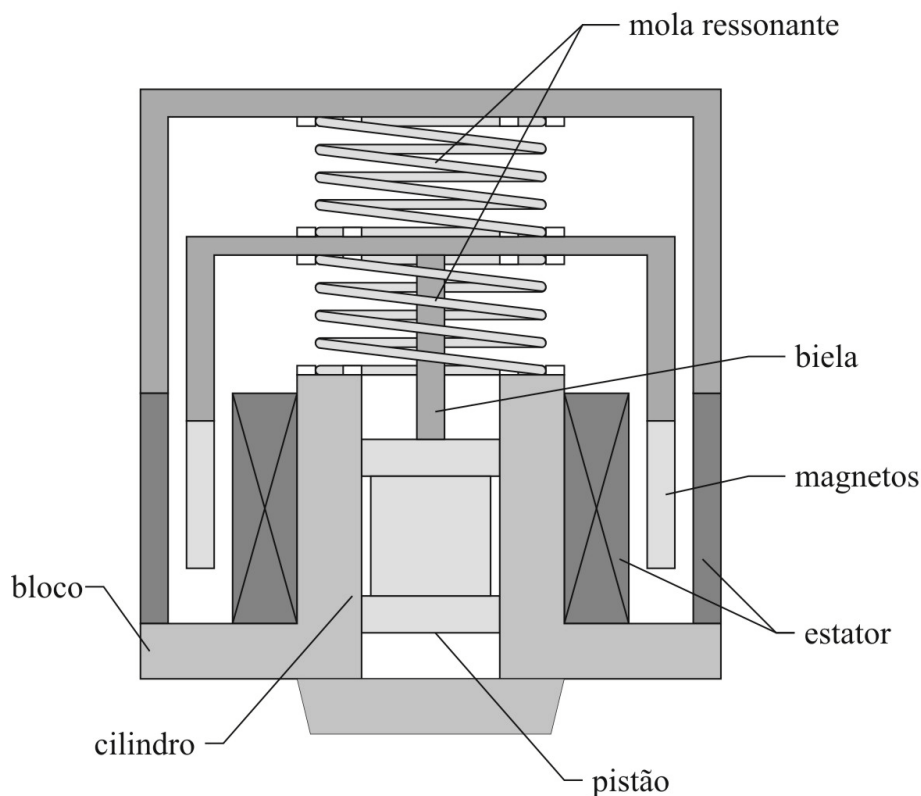


Figura 1.4 – Representação do mecanismo do compressor alternativo linear.

No compressor linear, uma mola é utilizada para obter o curso do pistão com um pequeno impulso do atuador linear, acumulando energia no sistema massa mola para permitir

a compressão do refrigerante. Logo, o movimento do pistão tem uma dinâmica própria, dependendo do balanço de forças sobre ele.

Em função das pequenas forças laterais atuando no pistão, é promissora a utilização de lubrificação do pistão pelo próprio fluido refrigerante. Nessa nova concepção, o compressor opera sem óleo lubrificante o que, além de reduzir custos, elimina problemas associados a sua circulação pelo sistema. Uma efetiva separação entre o pistão e o cilindro pode ser obtida pelo insuflamento de refrigerante a alta pressão derivado da câmara de descarga do compressor, conforme ilustrado na figura 1.5.

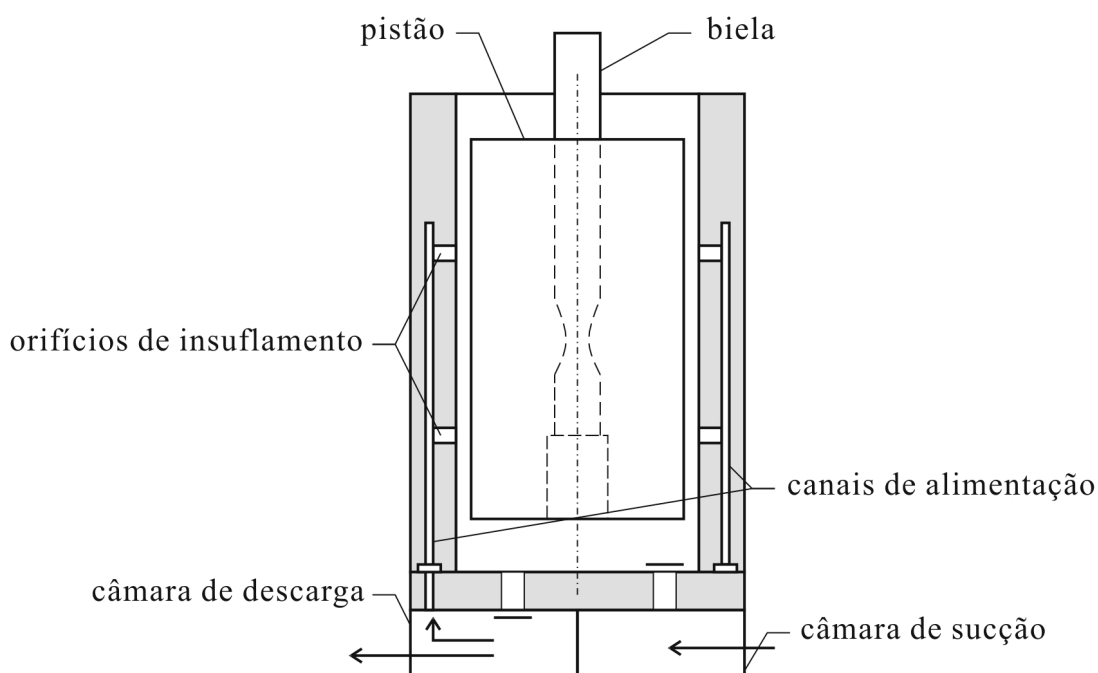


Figura 1.5 – Esquema de lubrificação pelo próprio fluido refrigerante.

O retorno do gás refrigerante pelos mancais deve ser mantida dentro de níveis adequados para evitar contato do pistão com a parede do cilindro, porém sem afetar excessivamente o desempenho do compressor.

Dentro deste contexto, o presente trabalho busca preparar um modelo numérico para o compressor linear, que aponte o seu desempenho a partir de dados construtivos e parâmetros experimentais (áreas efetivas de escoamento e de força), incluindo também as perdas termodinâmicas e as perdas mecânicas decorrentes da utilização do mancal pneumático na interface pistão cilindro. O objetivo do presente trabalho é produzir uma ferramenta computacional para a análise do desempenho de compressores lineares, dando ênfase ao modelamento do mancal pneumático e sua interação com o sistema dinâmico constituído pelo

deslocador (pistão) e atuador (cilindro). Outro objetivo do trabalho é investigar a estabilidade do pistão em relação ao mancal pneumático.

Para tanto serão utilizados modelos matemáticos já validados para os componentes do compressor similares ao compressor alternativo convencional, como sistema de válvulas e filtros acústicos, e introduzidos novos modelos para a dinâmica do mecanismo em conjunto com o atuador linear. Desta forma será possível uma análise da máquina através do consumo de energia, diagrama indicado (pressão *vs.* volume), capacidade de refrigeração, coeficiente de desempenho, perdas termodinâmicas (por expansão do gás, por transferência de calor, por vazamento) e perdas elétricas.

A determinação das perdas mecânicas e de vazamento pela folga pistão-cilindro, bem como a estabilidade da órbita do pistão, estão diretamente ligada a solução do escoamento do refrigerante no espaço da folga pistão cilindro e da dinâmica do pistão dentro da folga. Esse escoamento será modelado através da equação de Reynolds da lubrificação em conjunto com o balanço de forças sobre o componente.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seguir é realizada uma revisão da literatura sobre a modelagem de compressores e principalmente em relação à dinâmica de um sistema ressonante linear, atuador linear e mancal pneumático.

2.1 – Modelagem de compressores

Ussyk (1984) desenvolveu um programa de simulação numérica para o funcionamento de um compressor hermético alternativo. Tal programa considera as palhetas das válvulas como lâminas flexíveis, além de incluir o efeito do batente sobre a movimentação das válvulas. Também é considerado o vazamento de gás através da folga entre o pistão e o cilindro, e o refrigerante têm suas propriedades avaliadas como um gás real.

As perdas de energia e de massa foram identificadas, e também foi utilizado um coeficiente de desempenho que estabelece uma comparação unificada entre compressores trabalhando sob diferentes condições. Os parâmetros construtivos e de funcionamento mais importantes podem ser alterados de forma a permitir uma análise completa de suas influências sobre o desempenho do compressor.

Dando continuidade ao trabalho de Ussyk, Mansur (1986) investigou os efeitos das pulsações de gás nos sistemas de sucção e de descarga do compressor, modelando os tubos e as cavidades existentes como sistema massa mola respectivamente.

Prata et al. (1992) realizaram uma análise energética de um compressor hermético alternativo. Para o gás refrigerante dentro do cilindro do compressor utilizou-se uma formulação integral da primeira lei da termodinâmica, incluindo as variações no tempo dos fluxos de massa e energia.

Os trabalhos acima citados serão tomados com ponto de partida para adaptação e implantação dos modelos que diferenciam o compressor linear do compressor alternativo convencional.

Pérez-Segarra et al. (1994) desenvolveram um modelo unidimensional transiente para todo o compressor e utilizaram o método dos volumes finitos para resolver as equações da continuidade, quantidade de movimento e energia ao longo de todo o caminho do gás.

Deschamps et al. (2002) desenvolveram um modelo computacional unidimensional para o escoamento do refrigerante no sistema de sucção de um compressor considerando as equações da continuidade, quantidade de movimento e energia, comparando essa metodologia com a pulsação do gás fornecida pelo modelo acústico e com resultados experimentais.

Compressores lineares são objetos de estudo desde a década de 1970, porém nos últimos anos o desenvolvimento de novos conceitos de atuadores e de materiais magnéticos estimularam a evolução dessa tecnologia. O aumento da participação da eletrônica no acionamento dos compressores vem permitindo maiores facilidades para o controle do atuador.

Cadman e Cohen (1969) em um trabalho pioneiro desenvolveram formulação para projeto e análise de um compressor linear baseado em uma aproximação linear para a carga do compressor. Também desenvolveram programa de simulação considerando a não linearidade causada pela compressão e expansão do gás no cilindro. Um protótipo foi construído com base nas simulações realizadas e os testes de operação mostraram boa concordância com as estimativas feitas.

Polman et al. (1978) retomaram o assunto analisando a estabilidade da posição média do pistão em um compressor linear de dupla atuação, isto é, com duas câmaras de compressão opostas. Esse compressor utiliza apenas a mola gás para criar o sistema ressonante.

Pollak et al. (1978) modelaram matematicamente como um sistema massa mola de um grau de liberdade um compressor linear de um cilindro, considerando um amortecimento equivalente constituído do trabalho de compressão, perdas em válvulas e perdas por fricção. A mola gás foi modelada como uma mola equivalente e atuando em paralelo com uma mola mecânica. Um procedimento iterativo foi adotado para o cálculo do deslocamento do pistão, já que o amortecimento e a mola gás equivalentes são também função do deslocamento. Esta metodologia simplificada é adequada para prever o comportamento do compressor em regime permanente.

Esses trabalhos já mostravam a importância da frequência de operação do compressor para o seu desempenho. A máxima eficiência é alcançada quando a frequência de operação é igual à frequência de ressonância do sistema massa mola formado pelo kit mecânico e pistão.

Choe e Kim (2002) modelaram o compressor linear como um sistema massa mola com dois graus de liberdade, isto é, considerando separadamente as massas do pistão e do

cilindro. Com este modelo conseguiram prever o aparecimento de uma bifurcação do deslocamento, isto é, há duas amplitudes possíveis para o deslocamento do pistão, dependendo se a tensão sobre o motor está crescendo ou diminuindo. Este comportamento é esperado para sistemas ressonantes cuja mola apresenta aumento da rigidez com o aumento da deformação.

2.2 – Modelagem de atuadores lineares

Boldea e Nasar (1992) fizeram uma revisão sobre atuadores lineares e suas aplicações. Apresentaram tipos e configurações básicas e suas vantagens e desvantagens.

Redlich et al. (1996) analisaram vários tipos de atuadores lineares, com uma ênfase no atuador de ímãs móveis. O circuito elétrico equivalente é apresentado, bem como uma comparação do rendimento do atuador em função da potência consumida. Alguns métodos de controle de curso são indicados.

Von Dokonal (2003) em sua dissertação de mestrado apresentou uma modelagem teórica para os atuadores lineares de interesse para compressores de refrigeração. Sugeriu um modelo analítico simplificado para o projeto, análise e uso em simulações dinâmicas. O modelo é comparado com resultados por simulação de elementos finitos, mostrando boa concordância.

Clark et al. (2003) examinaram a influência de correntes parasitas no desempenho dinâmico de um atuador linear para compressores de ar. Também mostraram a influência da forma de onda da tensão, comparando tensão senoidal com uma onda quadrada.

2.3 – Modelagem do problema de lubrificação

Devido aos seus aspectos construtivos, os compressores lineares possibilitam o uso de uma lubrificação pneumática e neste contexto alguns trabalhos representativos na literatura sobre mancais a gás serão agora revisados.

Gross e Zachmanaglou (1961) utilizaram o método das perturbações para solucionar o problema de mancais radiais infinitos para fluidos compressíveis.

Kazimierski e Trojnariski (1980) investigaram a influência da configuração dos furos de alimentação no desempenho de mancais lubrificados a gás. Utilizaram o método das

diferenças finitas para solucionar a equação de Reynolds em mancais pneumáticos radiais com orifícios retos e com recessos.

Gommed e Etsion (1993) apresentaram um modelo para análise dinâmica de pistões sem anéis, lubrificados a gás. Esse modelo leva em conta as equações da dinâmica tanto do pistão quanto da biela, juntamente com a equação de Reynolds e a equação da energia.

Tian e Bonis (1995) desenvolveram um método quase analítico para estimar as propriedades dinâmicas e estáticas de mancais radiais híbridos, aplicando a teoria de pequenas perturbações para a posição e velocidade do rotor. O método desenvolvido apresentou boa concordância com método dos elementos finitos até relações de excentricidades do rotor de 0.6, com tempo computacional muito menor.

Fourka et al. (1996) analisaram a estabilidade de mancais de escora pneumáticos utilizando um modelo não linear baseado no método dos elementos finitos, cujo sistema de equações resultantes foi resolvido pelo método de Newton-Raphson, em conjunto com a equação da dinâmica do mancal. Os limites de estabilidade do mancal assim calculados apresentaram boa concordância com resultados experimentais.

Fourka e Bonis (1997) investigaram a utilização de orifícios e canais porosos para alimentação do filme lubrificante em mancais de escora pneumáticos. Os autores avaliaram aspectos geométricos como número e localização de furos, bem como permeabilidade de materiais porosos na capacidade de carga e rigidez de um mancal de escora circular. A metodologia empregada foi a mesma mencionada no artigo de Fourka et al. (1996).

Fernandes (1996) apresentou um modelo dinâmico para o pistão de um compressor alternativo convencional, considerando a força hidrodinâmica e a força de atrito viscoso exercidas pelo óleo lubrificante, a força exercida pela biela, a força exercida pelo gás refrigerante em compressão e os momentos associados a essas forças. A força hidrodinâmica é calculada pela integração do campo de pressões obtido pela solução da equação de Reynolds na folga pistão cilindro pelo método dos volumes finitos. Para a solução das equações da dinâmica foi utilizado o método de Newton-Raphson.

Yoshimoto et al. (1999) avaliaram a utilização de mancais aerostáticos alimentados por orifícios de compensação para a construção de equipamentos de precisão, e determinaram numérica e experimentalmente o comportamento destes dispositivos frente a inclinações entre as superfícies do mancal; aspectos construtivos dos orifícios e de operação do mancal também foram considerados.

Kwan e Post (2000) avaliaram numericamente a influência dos erros de fabricação, na capacidade de carga e rigidez de mancais aerostáticos retangulares, através do método dos elementos finitos. Os erros avaliados foram erros de forma na superfície do mancal e erros de forma e geométricos nos orifícios de alimentação.

Um trabalho com forte relação com o presente estudo é o de Couto (2001), que trata do modelamento e investigação numérica de um pistão pneumático para compressores de refrigeração através do método de elementos finitos, para resolver a equação de Reynolds na folga pistão cilindro. Este por sua vez também faz referência ao trabalho de Freitas et al. (1999), que fizeram um estudo preliminar sobre mancais pneumáticos também através do método de elementos finitos.

Chen e Lin (2002) analisaram a estabilidade dinâmica de mancais aerostáticos retangulares com ranhuras. Mapas de estabilidade do mancal foram gerados para diferentes pressões de alimentação, características geométricas do mancal e folgas entre as superfícies do mancal.

Talukder e Stowell (2003) estudaram experimentalmente o limite de estabilidade de mancais aerostáticos radiais com admissão dupla. Os fatores de interesse foram o diâmetro dos orifícios de alimentação, a profundidade do recesso de alimentação e a massa do mancal. Relataram boa concordância com as estimativas teóricas disponíveis, mas efeitos de amortecimento externo e rigidez do aparato experimental foram apontados como críticos para melhorar a reprodutibilidade dos resultados.

Renn e Hsiao (2004) propuseram um novo modelo para o cálculo do fluxo de massa através de orifícios de restrição para a alimentação de mancais aerostáticos. O modelo proposto é comparado com dados experimentais e com simulações numéricas do escoamento, com boa concordância.

Lo et al. (2005) investigaram o desempenho de mancais aerostáticos e os efeitos da pressão de alimentação, diâmetro do orifício de restrição, folga média e razão de excentricidade sobre a rigidez, capacidade de carga e vazão do lubrificante no mancal, resolvendo a equação de Reynolds através de diferenças finitas e utilizando o método de Newton para tratar a sua não linearidade. O sistema de equações resultante é resolvido iterativamente com um método de sobre-relaxação variável, melhorando a convergência mesmo para folgas no mancal bastante pequenas.

Wang e Wang (2005) analisaram numericamente a dinâmica de mancais aerodinâmicos curtos. A equação de Reynolds é resolvida pelo método de diferenças finitas, determinando o campo de pressões que gera a força de reação do gás. Um modelo dinâmico

do rotor é resolvido ao longo do tempo e a órbita do centro do rotor é determinada, mostrando a existência de um comportamento periódico da sua trajetória, em função de parâmetros adimensionais.

2.4 – Método da quadratura diferencial

Diversos métodos numéricos são possíveis para resolver a equação de Reynolds. Os mais comuns são elementos finitos, volumes finitos e diferenças finitas, considerados clássicos, com eficiência e robustez comprovados. Esses métodos se baseiam na divisão do domínio da solução, com o uso de um grande número de pontos para se obter resultados com a precisão necessária. Recentemente outros métodos têm sido utilizados para a solução de equações diferenciais parciais não lineares, destacando-se o método da quadratura diferencial. A seguir alguns trabalhos envolvendo este método serão revisados.

Bellman et al. (1971) lançaram as bases para o desenvolvimento desse método e o aplicaram em problemas de valor inicial unidimensionais. A quadratura diferencial consiste em aproximar as derivadas parciais de uma função em relação a um eixo de coordenadas por um somatório ponderado do valor daquela função em todos os pontos discretos naquela direção. Isso permite reduzir a quantidade de pontos de divisão, tornando o método mais eficiente e rápido computacionalmente.

Civan e Sliepcevich (1983) estenderam o método da quadratura diferencial para problemas de valor de contorno bidimensionais. Exemplificaram o método solucionando a equação de Poisson para alguns problemas teste, comparando os resultados com aqueles disponíveis na literatura provenientes dos métodos de diferenças finitas e volumes finitos.

Shu e Richards (1992) modificaram o método da quadratura diferencial permitindo maior liberdade na escolha das coordenadas dos pontos de divisão do domínio, propondo fórmulas de recorrência para a determinação dos coeficientes de ponderação dos valores da função. Exemplificaram o método proposto resolvendo a equação de Navier-Stokes para o escoamento bidimensional incompressível sobre um cilindro, comparando os resultados com valores experimentais e numéricos disponíveis na literatura.

Malik e Bert (1994) apresentaram a aplicação do método de quadratura diferencial para a solução da equação de Reynolds para mancais radiais com fluido incompressível e compressível em regime permanente. Os resultados do método foram comparados com

solução analítica para mancais infinitos e com métodos de diferenças finitas e elementos finitos, com maior precisão e menor esforço computacional.

Malik e Bert (1996) apresentaram uma descrição detalhada e uma revisão histórica do método da quadratura diferencial. Enumeraram ainda uma extensa bibliografia disponível até então na literatura.

Malik e Bert (1997) retomaram a aplicação da quadratura diferencial para problemas de lubrificação hidrodinâmica apresentando uma análise transiente de um mancal radial lubrificado a gás. A quadratura diferencial mostrou-se novamente mais eficiente do que o método de elementos finitos nesse problema.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DO COMPRESSOR LINEAR

Um dos principais objetivos do presente trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional para análise numérica do desempenho de um compressor linear, a partir das equações matemáticas que governam o problema. Um modelo matemático básico deve conter seis conjuntos de equações acopladas:

- a) Equações da dinâmica da câmara de compressão, relacionando o volume do cilindro com o tempo;
- b) Equação do circuito elétrico do atuador linear, relacionando a força de acionamento e a corrente elétrica com o tempo;
- c) Equações termodinâmicas fornecendo a massa de gás, pressão e temperatura instantâneas no cilindro;
- d) Equações de escoamento do gás através das válvulas de sucção e descarga;
- e) Equações da dinâmica das válvulas que definem as deflexões das palhetas;
- f) Equações da pulsação do gás nos tubos e volumes dos sistemas de sucção e descarga.

Deve-se também adicionar a esse modelo matemático um conjunto de equações representando o escoamento na folga entre o pistão e o cilindro e através dos canais de alimentação do mancal pneumático.

Uma vez determinadas as variáveis de funcionamento do compressor torna-se possível identificar os mecanismos de perdas que afetam o seu desempenho.

A seguir descreve-se a linha de raciocínio da modelagem dinâmica do compressor linear.

3.1 – Modelagem da dinâmica do pistão

O pistão do compressor linear difere do pistão do compressor recíproco com biela e manivela por não apresentar um curso definido em função de parâmetros geométricos. Para se definir o curso percorrido pelo pistão no compressor linear é necessário um balanço de forças na direção axial, conforme indicado na figura 3.1 e nos diagramas de corpo livre indicados na figura 3.2.

O compressor será modelado como um sistema massa mola com dois graus de liberdade. Neste caso, divide-se a massa do conjunto mecânico em duas partes, uma associada ao cilindro M_c e outra associada ao pistão M_p .

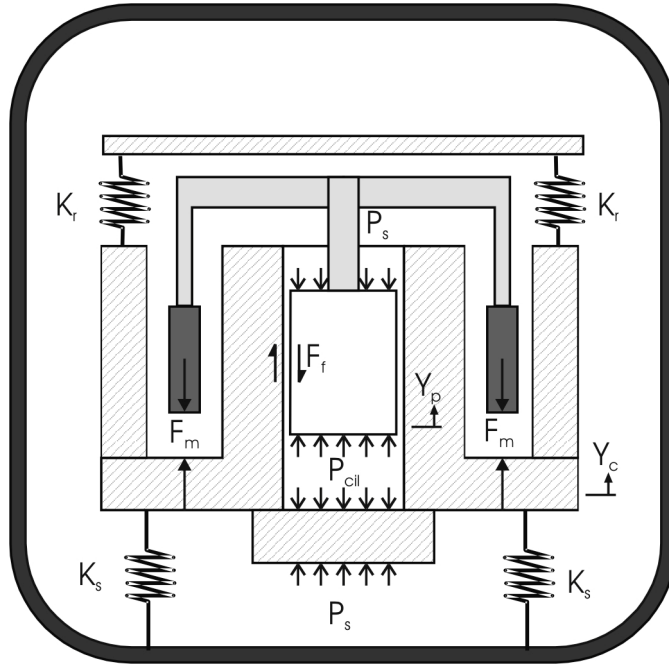


Figura 3.1 – Sistema mecânico equivalente – 2 graus de liberdade.

Conectando o cilindro ao pistão aparece a mola ressonante K_r , elemento elástico responsável por acumular a energia gerada pelo atuador linear e fazer a conversão de energia potencial para energia cinética do pistão. Da mesma forma, o atuador linear é responsável pela força de atração / repulsão F_m entre o cilindro e o pistão, gerando o movimento oscilatório do sistema. Também atuam sobre os componentes do sistema as forças de compressão associadas à pressão na câmara de compressão P_{cil} e à pressão de sucção P_s além da força de atrito viscoso F_f na folga entre o pistão e o cilindro.

Finalmente, ligando o conjunto mecânico à carcaça aparece a suspensão do compressor, representada pela rigidez K_s na figura 3.1.

Para escrever as equações da dinâmica de cada elemento é útil desenhar os diagramas de corpo livre de cada parte, adicionando um termo relativo às forças de inércia, conforme indicado na figura 3.2.

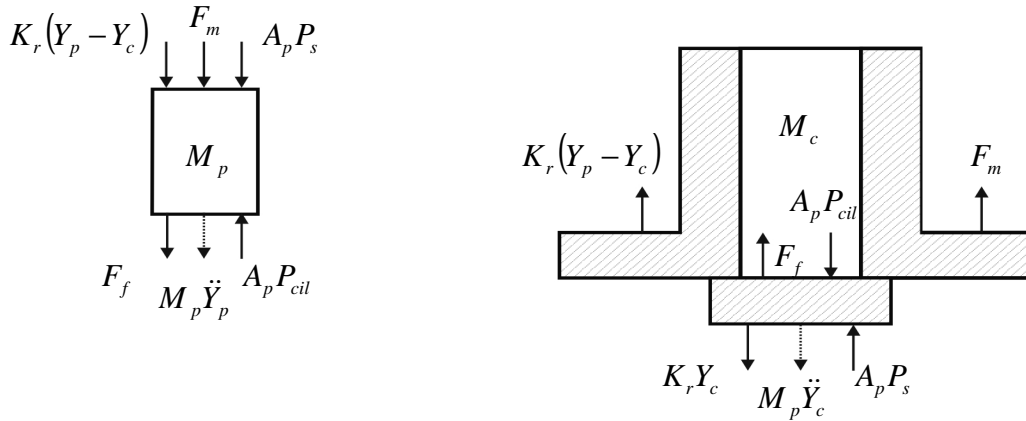


Figura 3.2 – Diagramas de corpo livre – pistão e cilindro.

O somatório de forças atuando no pistão é dado por,

$$-M_p \ddot{Y}_p - K_r(Y_p - Y_c) + A_p(P_{cil} - P_s) - F_f - F_m = 0 \quad (3.1)$$

e o somatório de forças sobre o cilindro dado por,

$$-M_c \ddot{Y}_c + K_s Y_c + K_r(Y_p - Y_c) - A_p(P_{cil} - P_s) + F_f + F_m = 0 \quad (3.2)$$

O compressor, em equilíbrio estático, apresenta uma distância inicial Y_0 entre o topo do pistão e a placa de válvula conhecida como *in-stop*. Adicionalmente é conhecido o volume morto ideal do compressor V_m , englobando, por exemplo, os recessos na placa para alojamentos das válvulas e outros detalhes construtivos.

Dada a posição instantânea do pistão e do cilindro, o volume da câmara de compressão pode então ser calculado pela expressão

$$V(t) = V_m + A_p(Y_0 + Y_p - Y_c) \quad (3.3)$$

3.2 – Modelagem da força devido ao atuador linear

O atuador linear pode ser modelado através de um circuito elétrico equivalente, conforme Redlich et al. (1996) e Lilie (2001), ilustrado na figura 3.3.

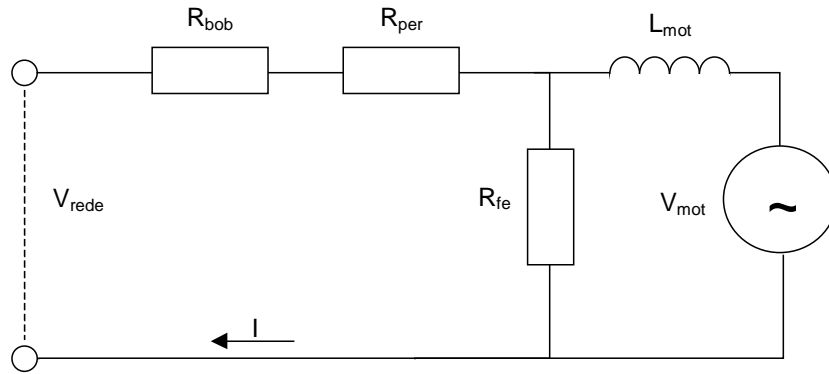


Figura 3.3 – Circuito equivalente do atuador linear.

Aplicando a Lei de Kirchhoff no circuito equivalente, temos que o somatório da queda de tensão de cada componente deve ser igual a tensão imposta externamente:

$$L_{mot} \dot{I} + (R_{per} + R_{bob})I + V_{mot} = V_{rede} \quad (3.4)$$

onde:

V_{rede} Tensão da rede [V]

R_{bob} Resistência da bobina [Ω]

R_{per} Perda potência devido ao fluxo magnético disperso na estrutura do compressor, modelada como uma resistência equivalente [Ω]

R_{fe} Perda de potência no ferro gerada pelo movimento do ímã permanente do atuador, modelada como uma resistência equivalente [Ω]

L_{mot} Indutância do motor [H]

V_{mot} Tensão contra-eletromotriz gerada no atuador linear [V]

I Corrente no motor [A]

Neste ponto deve-se explicitar as relações existentes para o atuador linear. As equações (3.1), (3.2) e (3.4) são acopladas e resolvidas simultaneamente fornecendo a posição do pistão, cilindro e a corrente do compressor.

Assumindo que o fluxo magnético é uma função linear da posição do atuador, pode-se mostrar que a tensão contra-eletromotriz gerada pelo atuador é

$$V_{mot} = \alpha \frac{dy}{dt} \quad (3.5)$$

onde:

α Constante do atuador [Vs/m ou N/A]

$\frac{dy}{dt}$ Velocidade relativa entre o magneto e a bobina, que vem a ser a velocidade relativa entre o pistão e o cilindro [m/s]

Neste mesmo caso, a força gerada pelo atuador pode ser expressa por

$$F_m = \alpha I \quad (3.6)$$

onde:

α Constante do atuador [Vs/m ou N/A]

I Corrente que passa pelo atuador [A]

As perdas elétricas correspondentes à indução de correntes parasitas geradas pela movimentação do magneto (variação do campo magnético) são modeladas por uma resistência equivalente R_{fe} que é associada à tensão contra-eletromotriz gerada pelo atuador através da expressão

$$P_{fe} = \frac{V_{mot}^2}{R_{fe}} \quad (3.7)$$

As perdas elétricas associadas às correntes parasitas geradas pela variação do campo magnético do estator são modeladas como uma resistência equivalente atravessada pela corrente do atuador de acordo com

$$P_{per} = I^2 R_{per} \quad (3.8)$$

A potência dissipada pela resistência elétrica da bobina é calculada de maneira análoga, através de

$$P_{bob} = I^2 R_{bob} \quad (3.9)$$

A potência útil fornecida pelo atuador é calculada a partir da força e velocidade do atuador conforme

$$P_{util} = F_m \frac{dy}{dt} \quad (3.10)$$

Finalmente o rendimento do atuador linear pode então ser calculado por

$$\eta_{at} = \frac{P_{util}}{P_{util} + P_{fe} + P_{per} + P_{bob}} \quad (3.11)$$

3.3 – Modelagem termodinâmica do compressor

Para modelar o processo de compressão do gás no interior do cilindro pode-se fazer um balanço de energia integral segundo a primeira lei da termodinâmica, conforme

$$\dot{Q} + \dot{W} = \frac{dE}{dt} \quad (3.12)$$

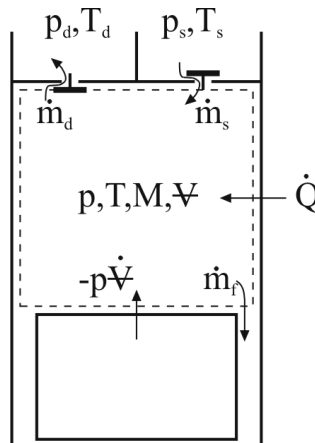


Figura 3.4 – Volume de controle no cilindro.

Para um volume de controle definido pela câmara de compressão, conforme ilustrado na figura 3.4, tem-se

$$\dot{Q} + \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho e dV + \int_{SC} \rho e \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.13)$$

A energia específica e é dada pela expressão,

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gz \quad (3.14)$$

e o trabalho sobre o volume de controle indicado na figura 3.4 é dado por

$$\dot{W} = \int_{SC} \sigma_m \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.15)$$

Esse trabalho pode ser dividido em duas partes, a primeira associada a vazão mássica nas fronteiras do volume de controle e a segunda associada ao trabalho efetuado para movimentar os limites do volume de controle, de acordo com

$$\dot{W} = - \int_{SC} (p \rho v) \vec{V} \cdot d\vec{A} - p \frac{dV}{dt} \quad (3.16)$$

Substituindo as expressões (3.14) e (3.16) na equação (3.13) e desprezando as variações de energia cinética e potencial associadas a energia do gás, tem-se

$$\dot{Q} - p \frac{dV}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho u dV + \int_{SC} \rho (u + pv) \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.17)$$

Da definição de entalpia $h = u + pv$ podemos avaliar as vazões mássicas através da superfície de controle e eliminar as integrais da equação (3.17), resultando em

$$\dot{Q} - p \frac{dV}{dt} = \frac{d(mu)}{dt} - \dot{m}_s h_s + \dot{m}_d h_d + \dot{m}_f h_f \quad (3.18)$$

Desenvolvendo a derivada da energia interna em relação ao tempo, resulta em

$$\frac{d(mu)}{dt} = m \frac{du}{dt} + u \frac{dm}{dt} \quad (3.19)$$

Da equação da conservação da massa, tem-se

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_s - \dot{m}_d - \dot{m}_f \quad (3.20)$$

Substituindo as expressões (3.19) e (3.20) na equação (3.18) e agrupando os termos semelhantes, resulta em,

$$\dot{Q} - p \frac{dV}{dt} = m \frac{du}{dt} - \dot{m}_s (h_s - u) + \dot{m}_d (h_d - u) + \dot{m}_f (h_f - u) \quad (3.21)$$

A entalpia do gás que sai pela válvula de descarga e pela folga pistão cilindro é a própria entalpia do gás dentro do volume de controle, logo $h_d = h_f = u + pv$, e,

$$\dot{Q} - p \frac{dV}{dt} = m \frac{du}{dt} - \dot{m}_s (h_s - u) + (\dot{m}_d + \dot{m}_f) pv \quad (3.22)$$

A propriedade termodinâmica energia interna específica pode ser definida em função da temperatura e do volume específico do gás na câmara de compressão, isto é, $u = f(T, v)$. A derivada da energia interna em relação ao tempo pode ser então ser escrita como:

$$\frac{du}{dt} = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \frac{dv}{dt} \quad (3.23)$$

A variação da energia interna específica em relação à temperatura e a volume constante, é a própria definição de calor específico a volume constante, c_v . A derivada da

energia interna específica em relação ao volume específico, a temperatura constante, pode ser avaliada com o auxílio da equação de Gibbs-Duhem e das relações de Maxwell,

$$\begin{aligned} du = Tds - pdv \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T &= T \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T - p \\ \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_T &= \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \end{aligned} \quad (3.24)$$

Substituindo (3.24) e (3.23) em (3.22) e isolando a derivada da temperatura com o tempo, tem-se

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{mc_v} \left[\dot{Q} - p \frac{dV}{dt} + \dot{m}_s(h_s - u) - (\dot{m}_d + \dot{m}_f)pv \right] - \frac{1}{c_v} \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] \frac{dv}{dt} \quad (3.25)$$

Lembrando que $v = V/m$, a derivada do volume específico pode ser avaliada através da aplicação da regra da cadeia,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \frac{dV}{dt} - \frac{V}{m^2} \frac{dm}{dt} \quad (3.26)$$

Novamente aplicando a equação da conservação da massa (3.20) em (3.26) e substituindo o resultado na equação (3.25) tem-se, após agrupar alguns termos semelhantes,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{mc_v} \left[\dot{Q} + \dot{m}_s(h_s - h) - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \frac{dV}{dt} + T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v v (\dot{m}_s - \dot{m}_d - \dot{m}_f) \right] \quad (3.27)$$

A transferência de calor entre as paredes do cilindro e o gás pode ser calculada pelo lei de Newton $\dot{Q} = hA_c(T_w - T)$. Para avaliar o coeficiente de troca de calor por convecção h , pode-se escolher uma das várias correlações existentes na literatura. No presente trabalho será utilizada a correlação de Annand (1963).

Finalmente, a taxa de variação da temperatura do gás dentro da câmara de compressão é calculada pela seguinte expressão,

$$\frac{dT}{dt} = A(t) - B(t)T \quad (3.28)$$

onde,

$$A(t) = \frac{1}{mc_v} [hA_c T_w + \dot{m}_s (h_s - h)]$$

$$B(t) = \frac{1}{mc_v} \left[hA_c + \frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \frac{dV}{dt} - v \frac{\partial p}{\partial T} \bigg|_v (\dot{m}_s - \dot{m}_d - \dot{m}_f) \quad (3.29)$$

3.4 – Modelagem da dinâmica das válvulas

As válvulas de compressores herméticos de refrigeração são normalmente válvulas de palheta feitas de aço mola. O movimento da válvula pode ser modelado como a superposição dos seus modos de vibração livres e é uma boa aproximação adotar a representação de um sistema massa-mola com 1 grau de liberdade ilustrado na figura 3.5, conforme recomendado em Soedel (2007).

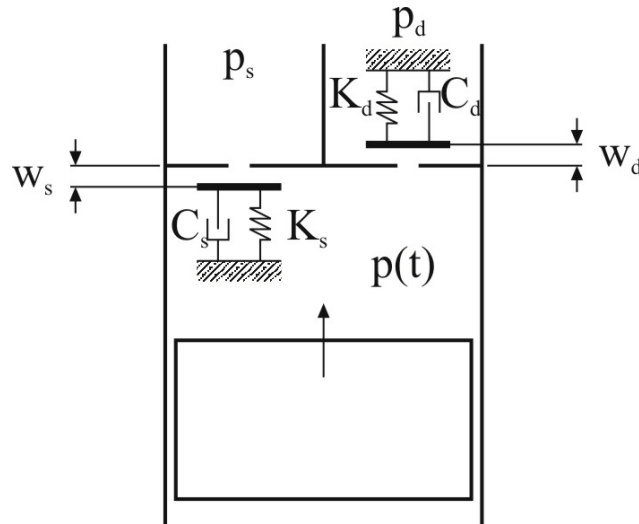


Figura 3.5 – Válvula com 1 grau de liberdade.

Pode-se então representar a válvula de palheta como uma placa rígida, com massa M e suportada por molas com rigidez efetiva K . O amortecimento equivalente pode ser representado pelo coeficiente C de amortecimento viscoso. Tanto a válvula de sucção como a de descarga são modeladas da mesma forma.

Um diagrama de corpo livre ilustrado na figura 3.6 permite o seguinte balanço de forças,

$$-M\ddot{w} - C\dot{w} - Kw + F = 0 \quad (3.30)$$

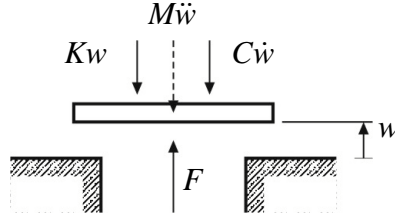


Figura 3.6 – Diagrama de corpo livre da válvula com 1 grau de liberdade.

A solução da equação (3.30) requer o conhecimento da força que atua sobre a palheta, que resulta da diferença entre as pressões a jusante e a montante do escoamento e da vazão mássica através da válvula. Uma expressão para avaliação dessa força pode ser dada na forma

$$F = (p_u - p_d)B_e \quad (3.31)$$

onde p_u e p_d são respectivamente as pressões a montante e jusante do escoamento e B_e é um coeficiente que representa a área efetiva de força, que pode ser determinado tanto experimentalmente quanto numericamente, considerando um deslocamento da palheta paralelo ao assento da válvula, conforme Deschamps et al. (2000).

A equação (3.30) pode então ser escrita como

$$\ddot{w} + 2\xi\omega_0\dot{w} + \omega_0^2 w = \frac{(p_u - p_d)B_e}{M} \quad (3.32)$$

onde,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \text{Frequência natural da válvula [rad/s]}$$

$$\xi = \frac{C}{2M\omega_0} \quad \text{Coeficiente de amortecimento}$$

3.5 – Modelagem do escoamento através das válvulas

O escoamento do gás através das válvulas de sucção e descarga resultam numa vazão mássica para dentro e para fora do volume de controle do cilindro. Em um primeiro momento o movimento das válvulas é comandado pelas diferenças de pressão entre a câmara de sucção, compressão e descarga. A partir do momento em que as válvulas estão abertas quem passa a ser o agente responsável em mantê-las em tal posição é então o próprio campo de pressão do escoamento do refrigerante. O modelamento completo desse escoamento é bastante complexo, mas um modelo simplificado pode ser construído admitindo algumas simplificações:

- Escoamento unidimensional isentrópico;
- As equações de regime permanente podem ser aplicadas para calcular a posição instantânea da válvula durante o período transiente do escoamento;
- A solução do escoamento para o regime permanente é a mesma para o regime transiente;
- As condições a montante das válvulas podem ser consideradas como de estagnação;
- A caracterização do escoamento não é a mesma para fluxo normal e fluxo reverso;
- A válvula aberta pode ser tratada instantaneamente como um orifício simples, com uma certa área efetiva de passagem.

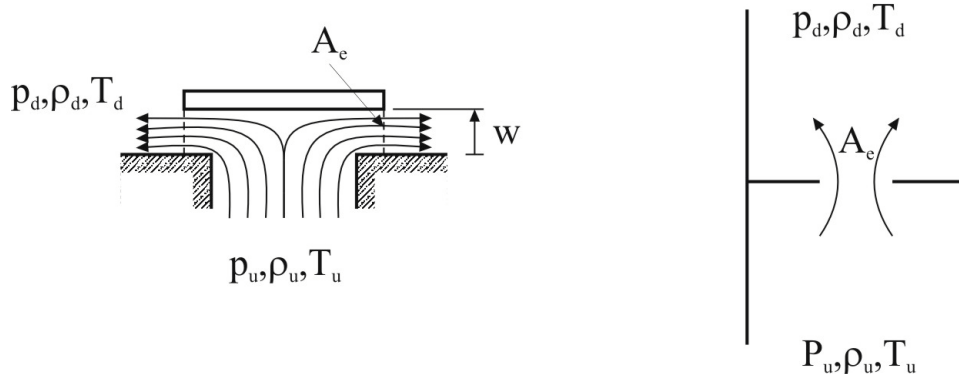


Figura 3.7 – Válvula e escoamento através de orifício equivalente.

Seja um orifício representado como na figura 3.7 e considerando as condições de estagnação a montante tem-se, de acordo com a 1ª Lei da Termodinâmica,

$$h_u = h + \frac{V^2}{2} \quad (3.33)$$

Para um gás perfeito,

$$h_u - h = c_p (T_u - T) \quad (3.34)$$

$$\Re = c_p - c_v \quad (3.35)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (3.36)$$

Utilizando as expressões (3.34) a (3.36) pode-se eliminar as entalpias na equação (3.32),

$$V^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} \Re (T_u - T) \quad (3.37)$$

Também para um gás perfeito, a velocidade do som é dada por

$$c = \sqrt{\gamma \Re T} \quad (3.38)$$

Da definição do numero de Mach e das equações (3.37 e 3.38), resulta em

$$M = \frac{V}{c} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\frac{T_u}{T} - 1 \right)} \quad (3.39)$$

Para um processo adiabático reversível de um gás perfeito através do orifício, tem-se

$$\frac{T_u}{T} = \left(\frac{p_u}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (3.40)$$

O número de Mach pode então ser calculado por,

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_u}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (3.41)$$

A vazão mássica através do orifício é dada por,

$$\dot{m} = \rho A_e V = \rho A_e M c \quad (3.42)$$

onde A_e é área efetiva de escoamento, que da mesma forma que a área efetiva de força B_e , pode ser determinada tanto experimentalmente como numericamente.

Utilizando as relações (3.38) e (3.42) tem-se

$$\dot{m} = \rho A_e \sqrt{\gamma \Re T} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_u}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (3.43)$$

Usando a equação (3.40) e lembrando que para um processo adiabático reversível, pode-se escrever

$$\left(\frac{p}{p_u} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{\rho}{\rho_u} \quad (3.44)$$

e

$$\dot{m} = \frac{p_u}{\Re T_u} \left(\frac{p}{p_u} \right)^{\frac{1}{\gamma}} A_e \sqrt{\gamma \Re T_u} \left(\frac{p}{p_u} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_u}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (3.45)$$

Rearranjando convenientemente a equação (3.45) tem-se:

$$\dot{m} = A_e p_u \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)\Re T_u}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_u} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p_u} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \quad (3.46)$$

A equação (3.46) é válida para $M < 1$, ou seja, escoamento subcrítico. Para o escoamento crítico, fazendo $M=1$ na equação (3.41) obtém-se,

$$r_c = \frac{p_{crit}}{p_u} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.47)$$

A vazão mássica nessa condição vale,

$$\dot{m}_{crit} = A_e p_u \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)\Re T_u}} \sqrt{(r_c)^{\frac{2}{\gamma}} - (r_c)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \quad (3.48)$$

Para o escoamento subsônico, ou seja, $M < 1$, admite-se que $p = p_d$, então,

$$\dot{m} = A_e p_u \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)\Re T_u}} \sqrt{r^{\frac{2}{\gamma}} - r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \quad (3.49)$$

onde,

$$r = \frac{p_d}{p_u} \quad (3.50)$$

As equações (3.48) e (3.49) são utilizadas para determinar a vazão mássica através das válvulas, nas condições crítica e subcrítica, seja durante o escoamento no sentido normal, seja quando houver escoamento reverso na válvula. As áreas efetivas de escoamento A_e são aproximada por polinômios em função da abertura da válvula. Estes polinômios podem ser obtidos através de simulações numéricas do escoamento ou baseados em dados experimentais e são determinados de acordo com o sentido do escoamento (normal ou reverso).

3.6 – Modelagem das pulsações de sucção e descarga

As pulsações de gases nos sistemas de sucção e descarga influenciam na capacidade de refrigeração e eficiência do compressor, afetando diretamente o enchimento e esvaziamento do cilindro. De maneira geral, os sistemas de sucção e descarga são constituídos de uma ou mais cavidades interligadas por pequenos gargalos. Quando ocorre uma súbita descarga de gás numa cavidade, a massa que escoar através do gargalo de saída deve ser acelerada. A inércia dessa massa de gás resiste a essa solicitação, causando uma elevação da pressão dentro da cavidade. Por outro lado, uma vez iniciado o movimento do gás no gargalo, essa massa tende a continuar seu movimento, provocando uma queda de

pressão no interior da cavidade. A repetição desse processo resulta no processo oscilatório presente nos sistemas de sucção e descarga.

3.6.1 – O ressonador de Helmholtz

Qualquer forma geométrica que consista em uma cavidade de paredes rígidas ligada a um pequeno gargalo, quando ocupada por um fluido compressível, pode ser tratada como um ressonador de Helmholtz.

Helmholtz constatou que, se o fluido contido dentro do ressonador encontra-se em movimento oscilatório, a parcela localizada no interior do gargalo comporta-se como um tampão rígido que vibra como um todo, como uma massa, enquanto o fluido compressível do reservatório produz um efeito de mola.

Um diagrama de corpo livre para as forças que atuam sobre o tampão de fluido localizado no gargalo é apresentado na figura 3.8.

Um deslocamento positivo da massa contida no gargalo produz uma alteração no volume do ressonador dada por

$$dV = A\varepsilon \quad (3.51)$$

onde A é a área de passagem do gargalo e ε o seu deslocamento.

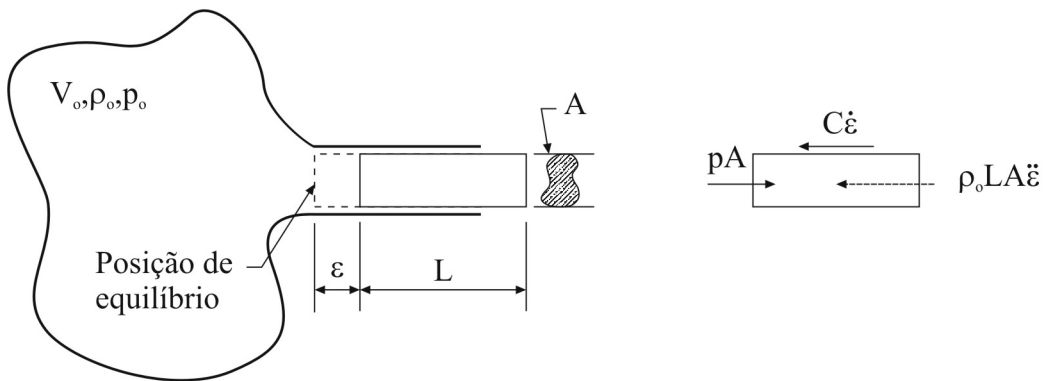


Figura 3.8 – Ressonador de Helmholtz.

Assim, assumindo-se que o processo de compressão seja linear, pode-se escrever

$$dp = -K_o \frac{dV}{V_o} = -K_o \frac{A\varepsilon}{V_o} \quad (3.52)$$

onde,

dp	Flutuação de pressão na cavidade [Pa]
A	Área equivalente da seção transversal do gargalo [m ²]
ε	Deslocamento do tampão de fluido [m]
K_o	Módulo de elasticidade volumétrica [Pa]
V_o	Volume inicial [m ³]

Por conveniência de notação, substituir-se-á dp por p , onde p continua sendo interpretado como uma flutuação da pressão média da cavidade. Multiplicando-se ambos os lados da equação (3.52) pela área A tem-se,

$$Ap = -K_o \frac{A^2}{V_o} \varepsilon \quad (3.53)$$

A força de inércia que resiste ao deslocamento da massa no gargalo é dada pela expressão,

$$m\ddot{\varepsilon} = (\rho_o LA)\ddot{\varepsilon} \quad (3.54)$$

onde,

ρ_o	Densidade média do fluido [kg/m ³]
L	Comprimento efetivo do gargalo [m]

O fluido próximo ao gargalo movimenta-se juntamente com o tampão rígido, de forma que um termo de correção deve ser adicionado ao comprimento geométrico do gargalo L_g . Segundo Soedel (2007), o comprimento efetivo do gargalo pode ser calculado por

$$L = L_g + \frac{\sqrt{\pi A}}{2} \quad (3.55)$$

Se a seção transversal do gargalo for variável, deve-se utilizar uma seção cilíndrica equivalente calculada através de,

$$A = \frac{L_g}{\int_0^{L_g} \frac{1}{A(x)} dx} \quad (3.56)$$

A dissipação de energia causada pelo atrito viscoso pode ser representada por um amortecimento equivalente C. Escrevendo então o balanço de forças para o tampão tem-se,

$$(\rho_o LA)\ddot{\varepsilon} + C\dot{\varepsilon} + \frac{K_o A^2}{V_o} \varepsilon = 0 \quad (3.57)$$

Definindo ξ como a razão de amortecimento e ω_n como a frequência natural do ressonador, tem-se,

$$\xi = \frac{C}{2m\omega_n} = \frac{C}{2\rho_o LA\omega_n} \quad (3.58)$$

$$\omega_v = \sqrt{\frac{K_o A}{\rho_o L V_o}} = c_o \sqrt{\frac{A}{L V_o}} \quad (3.59)$$

onde,

$$c_o = \sqrt{\frac{K_o}{\rho_o}} \quad \text{Velocidade do som no meio [m/s]}$$

Substituindo as equações (3.58) e (3.59) na equação (3.57) e reagrupando os termos obtém-se,

$$\ddot{\varepsilon} + 2\xi\omega_n\dot{\varepsilon} + \omega_n^2\varepsilon = 0 \quad (3.60)$$

Observe-se que esta equação é a mesma utilizada para descrever o comportamento vibratório de um sistema massa mola com 1 grau de liberdade.

3.6.2 – Pulsção no sistema de sucção

O sistema de sucção do compressor linear em estudo pode ser modelado como sendo composto por duas câmaras de amortecimento e uma câmara de expansão separadas e dispostas conforme mostrado na figura 3.9.

Um balanço de forças em cada elemento de massa fornece,

$$-\rho_{os}L_{1s}A_{1s}\ddot{\epsilon}_{1s} - C_{1s}\dot{\epsilon}_{1s} + (p_{2s} - p_{1s})A_{1s} = 0 \quad (3.61)$$

$$-\rho_{os}L_{2s}A_{2s}\ddot{\epsilon}_{2s} - C_{2s}\dot{\epsilon}_{2s} + (p_{3s} - p_{2s})A_{2s} = 0 \quad (3.62)$$

$$-\rho_{os}L_{3s}A_{3s}\ddot{\epsilon}_{3s} - C_{3s}\dot{\epsilon}_{3s} - p_{3s}A_{3s} = 0 \quad (3.63)$$

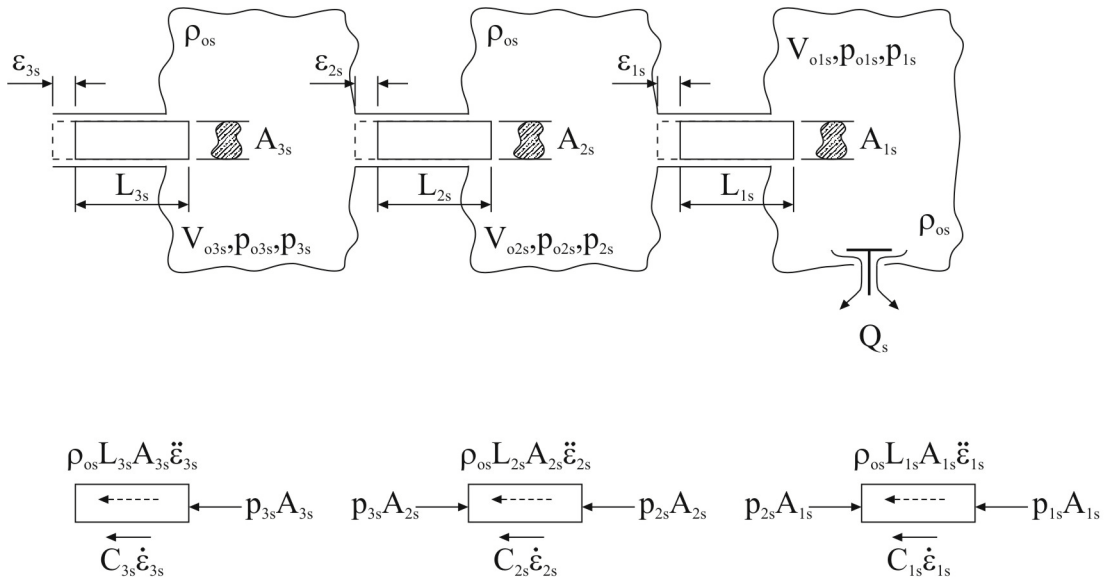


Figura 3.9 – Sistema de sucção do compressor.

As alterações de volume em cada câmara são dadas por,

$$dV_{01s} = \int_0^t Q_s dt - A_{1s} \epsilon_{1s} \quad (3.64)$$

$$dV_{02s} = A_{1s} \epsilon_{1s} - A_{2s} \epsilon_{2s} \quad (3.65)$$

$$dV_{o3s} = A_{2s}\epsilon_{2s} - A_{3s}\epsilon_{3s} \quad (3.66)$$

A vazão volumétrica Q_s através da válvula de sucção é dada por

$$Q_s = \frac{\dot{m}_s}{\rho_{os}} \quad (3.67)$$

onde \dot{m}_s é a vazão mássica através da válvula de sucção.

Do ressonador de Helmholtz, equação (3.52), e admitindo-se que a massa específica ρ seja constante, pode-se escrever as seguintes equações para as flutuações de pressão nas cavidades

$$p_{1s} = \frac{K_o}{V_{o1s}} \left(A_{1s}\epsilon_{1s} - \frac{1}{\rho_{os}} \int_0^t \dot{m}_s dt \right) \quad (3.68)$$

$$p_{2s} = \frac{K_o}{V_{o2s}} (A_{2s}\epsilon_{2s} - A_{1s}\epsilon_{1s}) \quad (3.69)$$

$$p_{3s} = \frac{K_o}{V_{o3s}} (A_{3s}\epsilon_{3s} - A_{2s}\epsilon_{2s}) \quad (3.70)$$

O módulo de elasticidade volumétrica K_o pode ser substituído pela seguinte expressão envolvendo a velocidade do som c_{os} e a massa específica ρ_{os} ,

$$K_o = c_{os}^2 \rho_{os} \quad (3.71)$$

Fazendo a substituição das equações de flutuação da pressão (3.68) a (3.70) nas equações de balanço de forças sobre as massas dos gargalos (3.61) a (3.63) obtém-se,

$$\begin{aligned} \rho_{os} L_{1s} A_{1s} \ddot{\epsilon}_{1s} + C_{1s} \dot{\epsilon}_{1s} + c_{os}^2 \rho_{os} A_{1s}^2 \epsilon_{1s} \left(\frac{1}{V_{o2s}} + \frac{1}{V_{o1s}} \right) - \frac{c_{os}^2 \rho_{os} A_{1s} A_{2s} \epsilon_{2s}}{V_{o2s}} = \\ = \frac{c_{os}^2 A_{1s}}{V_{o1s}} \int_0^t \dot{m}_s dt \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\rho_{os} L_{2s} A_{2s} \ddot{\epsilon}_{2s} + C_{2s} \dot{\epsilon}_{2s} + c_{os}^2 \rho_{os} A_{2s}^2 \epsilon_{2s} \left(\frac{1}{V_{o3s}} + \frac{1}{V_{o2s}} \right) - \frac{c_{os}^2 \rho_{os} A_{2s} A_{3s} \epsilon_{3s}}{V_{o3s}} +$$

$$- \frac{c_{os}^2 \rho_{os} A_{1s} A_{2s} \epsilon_{1s}}{V_{o2s}} = 0 \quad (3.73)$$

$$\rho_{os} L_{3s} A_{3s} \ddot{\epsilon}_{3s} + C_{3s} \dot{\epsilon}_{3s} + \frac{c_{os}^2 \rho_{os} A_{3s}^2 \epsilon_{3s}}{V_{o3s}} - \frac{c_{os}^2 \rho_{os} A_{2s} A_{3s} \epsilon_{2s}}{V_{o3s}} = 0 \quad (3.74)$$

3.6.3 – Pulsação no sistema de descarga

O sistema de descarga do compressor linear em estudo pode ser modelado como sendo composto por uma câmara de expansão e uma câmara de amortecimento separada por um gargalo, mais um tubo anecóico, dispostos conforme mostrado na figura 3.10.

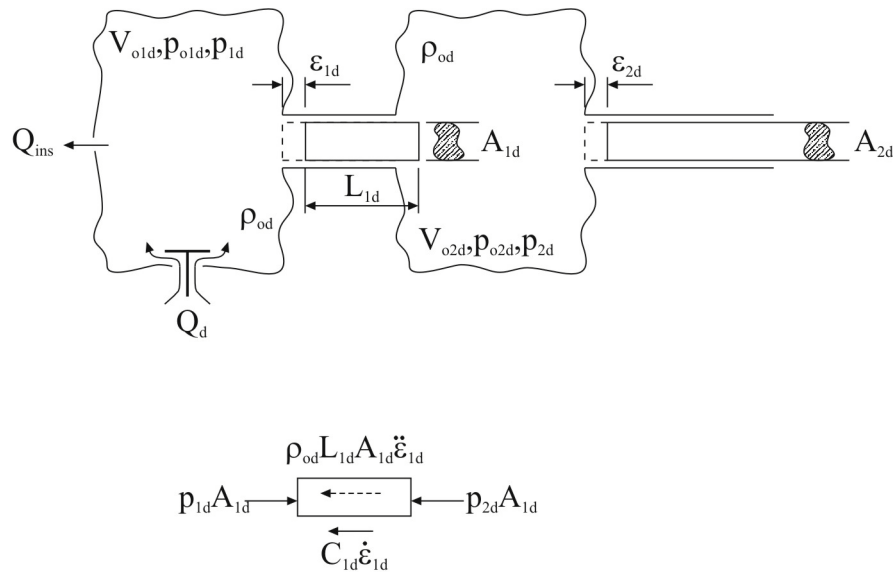


Figura 3.10 – Sistema de descarga do compressor.

Soedel (2007) constatou que para uma ampla variedade de compressores, o tubo de descarga pode ser modelado como semi-infinito (tubo anecóico), admitindo que as ondas de pressão em seu interior sejam totalmente dissipadas.

As equações que simulam a pulsação de gases no sistema de descarga podem ser obtidas de maneira semelhante às obtidas para o sistema de sucção. O balanço de forças no elemento de massa no gargalo fornece,

$$-\rho_{od}L_{1d}A_{1d}\ddot{\epsilon}_{1d} - C_{1d}\dot{\epsilon}_{1d} + (p_{2d} - p_{1d})A_{1d} = 0 \quad (3.75)$$

As alterações de volume são dadas por:

$$dV_{o1d} = \int_0^t (Q_d - Q_{ins})dt - A_{1d}\epsilon_{1d} \quad (3.76)$$

$$dV_{o2d} = A_{1d}\epsilon_{1d} - A_{2d}\epsilon_{2d} \quad (3.77)$$

onde Q_d e Q_{ins} são as vazões volumétricas através da válvula de descarga e desviada para insuflamento na folga pistão cilindro, respectivamente. As equações (3.76) e (3.77) podem ser escritas, em termos das pressões, por respectivamente,

$$p_{1d} = \frac{c_{od}^2}{V_{o1d}} \left(\int_0^t (\dot{m}_d - \dot{m}_{ins})dt - \rho_{od}A_{1d}\epsilon_{1d} \right) \quad (3.78)$$

$$p_{2d} = \frac{c_{od}^2 \rho_{od}}{V_{o2d}} (A_{1d}\epsilon_{1d} - A_{2d}\epsilon_{2d}) \quad (3.79)$$

Mas, devido ao tubo semi-infinito (anecóico) pode-se escrever,

$$p_{2d} = \rho_{od}c_{od}\dot{\epsilon}_{2d} \quad (3.80)$$

Combinando-se as equações (3.79) e (3.80), tem-se,

$$\rho_{od}c_{od}\dot{\epsilon}_{2d} - \frac{c_{od}^2 \rho_{od}}{V_{o2d}} (A_{1d}\epsilon_{1d} - A_{2d}\epsilon_{2d}) = 0 \quad (3.81)$$

Multiplicando-se a equação (3.81) por A_{2d} , tem-se

$$\rho_{od}c_{od}A_{2d}\dot{\epsilon}_{2d} + \frac{c_{od}^2 \rho_{od}A_{2d}^2\epsilon_{2d}}{V_{o2d}} - \frac{c_{od}^2 \rho_{od}A_{1d}A_{2d}\epsilon_{1d}}{V_{o2d}} = 0 \quad (3.82)$$

A substituição de (3.78) e (3.79) em (3.75) resulta em:

$$\begin{aligned} \rho_{od} L_{1d} A_{1d} \ddot{\epsilon}_{1d} + C_{1d} \dot{\epsilon}_{1d} + c_{od}^2 \rho_{od} A_{1d}^2 \left(\frac{1}{V_{o1d}} + \frac{1}{V_{o2d}} \right) \epsilon_{1d} + \\ - \frac{c_{od}^2 \rho_{od} A_{1d} A_{2d} \epsilon_{2d}}{V_{o2d}} = \frac{c_{od}^2 A_{1d}}{V_{o1d}} \int_0^t (\dot{m}_d - \dot{m}_{ins}) dt \end{aligned} \quad (3.83)$$

3.6.4 – Coeficientes de amortecimento do fluido nos gargalos

É recomendável que os coeficientes de amortecimento do fluido nos gargalos sejam obtidos em laboratório. No entanto, isso nem sempre é possível, e optou-se aqui por uma abordagem teórica conforme proposta em Ingard e Ising(1967).

A pressão no interior da cavidade p_o é dada por uma equação da forma:

$$p_o = 4R_s \dot{\epsilon} \left[1 + \frac{L}{D} + 0.7 \dot{\epsilon}^{1.7} \right] \quad (3.84)$$

onde,

R_s	Resistência de superfície [Pa]
$\dot{\epsilon}$	Velocidade do fluido no gargalo [m/s]
L	Comprimento efetivo do gargalo [m]
D	Diâmetro do gargalo [m]

Sabe-se que,

$$R_s = \frac{\tau}{\dot{\epsilon}} \quad (3.85)$$

onde a tensão de cisalhamento τ é dada por,

$$\tau = 8 \frac{\mu}{D} \dot{\epsilon} \quad (3.86)$$

Substituindo a equação (3.86) na equação (3.85) e o resultado na equação (3.84) obtém-se,

$$\frac{p_o}{\dot{\epsilon}} = 32 \frac{\mu}{D} \left[1 + \frac{L}{D} + 0.7 \dot{\epsilon}^{1.7} \right] \quad (3.87)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação (3.87) pela área da seção transversal do gargalo resulta em

$$\frac{F_r}{\dot{\epsilon}} = 8\pi\mu D \left[1 + \frac{L}{D} + 0.7 \dot{\epsilon}^{1.7} \right] \quad (3.87)$$

Da própria definição do coeficiente de amortecimento obtém-se

$$C = \frac{F_r}{\dot{\epsilon}} \quad (3.88)$$

Portanto, o coeficiente de amortecimento para cada um dos gargalos pode ser estimado pela relação

$$C = 8\pi\mu D \left[1 + \frac{L}{D} + 0.7 \dot{\epsilon}^{1.7} \right] \quad (3.89)$$

Neste capítulo apresentou-se um conjunto de equações básicas para a modelagem de um compressor linear, contendo as equações da dinâmica da câmara de compressão, força do atuador linear e válvulas de sucção e descarga, as equações termodinâmicas para o processo de compressão e escoamento através das válvulas e as equações para as pulsações do gás nos sistemas de sucção e descarga do compressor. Para fechar o problema ainda é necessário formular a modelagem do problema da lubrificação na folga entre o pistão e o cilindro, que é detalhada no capítulo 6. A interação entre os modelos matemáticos propostos é ilustrada na figura 3.11.

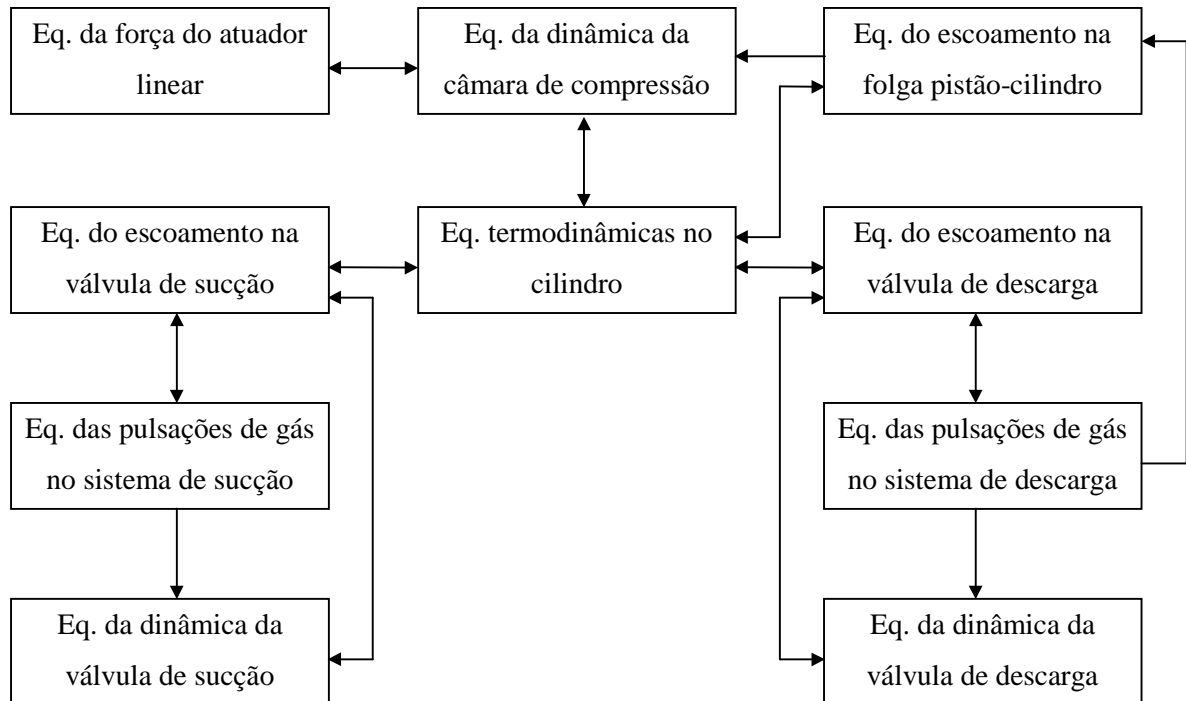


Figura 3.11 – Interação entre os modelos matemáticos.

CAPÍTULO 4

MODELAGEM DO PROBLEMA DE LUBRIFICAÇÃO

4.1 – Modelo físico

A redução dos esforços laterais sobre o pistão do compressor linear permite a utilização de fluidos lubrificantes de baixa viscosidade, como o próprio refrigerante. O lubrificante é alimentado continuamente por orifícios estrategicamente distribuídos no cilindro e ligados ao reservatório de alta pressão (câmara de descarga do compressor) por canais de alimentação de modo a propiciar uma melhor capacidade de carga do mancal através de um mecanismo de autocompensação da pressão, conforme descrito em Hamrock (2004).

Na figura 4.1 apresenta-se um sistema típico com pistão e cilindro provido de um mancal a gás. O pistão, com raio R e comprimento L_{pis} , é acionado pelo movimento alternativo do atuador linear, não indicado na figura, deslizando dentro de um cilindro de comprimento L_{cil} com uma folga radial c . O movimento é periódico, cuja frequência depende do equilíbrio dinâmico do sistema mecânico definido pelas massas dos componentes, rigidez da mola ressonante e pressões atuando sobre o cilindro e o pistão.

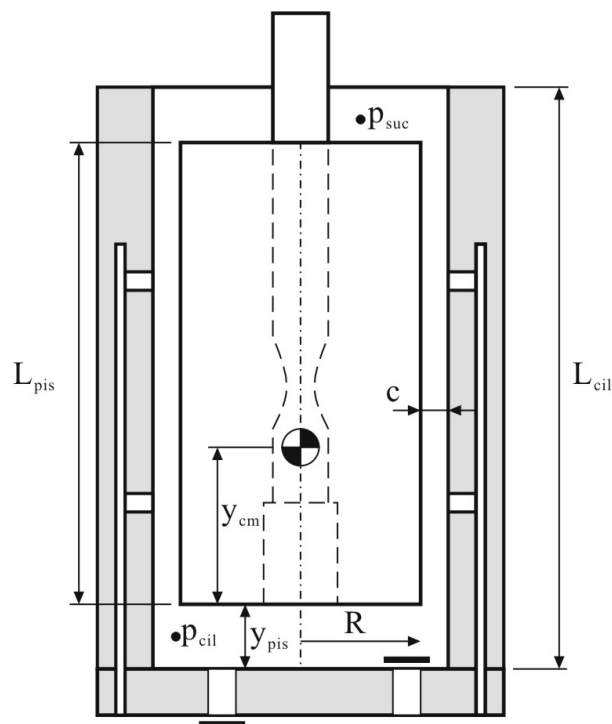


Figura 4.1 – Dimensões principais do mancal do pistão.

As pressões p_{cil} e p_{suc} , no topo e saia do pistão respectivamente, são conhecidas, sendo p_{cil} função da posição do pistão e p_{suc} é constante.

A folga entre o pistão e o cilindro é alimentada com refrigerante através de um conjunto de orifícios dispostos regularmente no cilindro e interligados por canais de alimentação. O gás refrigerante insuflado faz o papel de fluido lubrificante, separando as superfícies do pistão e cilindro através do campo de pressões na folga radial.

A orientação do pistão no interior do cilindro é apresentada na figura 4.2, juntamente com o sistema de coordenadas XYZ utilizado para sua localização dentro do cilindro. A origem desse sistema de coordenadas é no topo do cilindro. O pistão pode se movimentar livremente dentro da folga, em qualquer direção. Para definir sua posição são necessárias duas coordenadas, as excentricidades no topo e_0 e na saia e_1 do pistão, e as inclinações em relação ao eixo X ou através de suas componentes nas direções X e Z, respectivamente e_{x0} , e_{z0} , e_{x1} e e_{z1} .

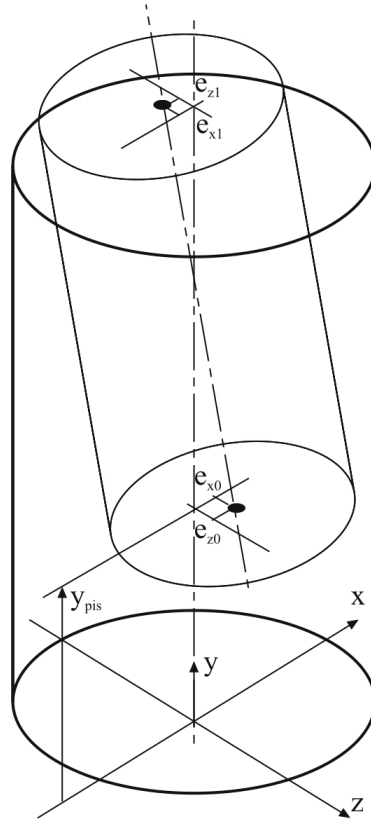


Figura 4.2 – Orientação do pistão dentro do cilindro.

A velocidade do pistão na direção y é dada por V_p , assumida positiva no sentido para o PMI e o cilindro é assumido em repouso.

Um outro sistema de coordenadas $\xi\eta\zeta$ é utilizado para o cálculo do campo de pressão na folga pistão cilindro, com origem solidária no topo do pistão e colocado na

superfície do cilindro. Como a folga é muito menor que o diâmetro do pistão, da ordem de 1:1000, os efeitos de curvatura são desprezados e o espaço entre o pistão e o cilindro pode ser planificado conforme indicado na figura 4.3.

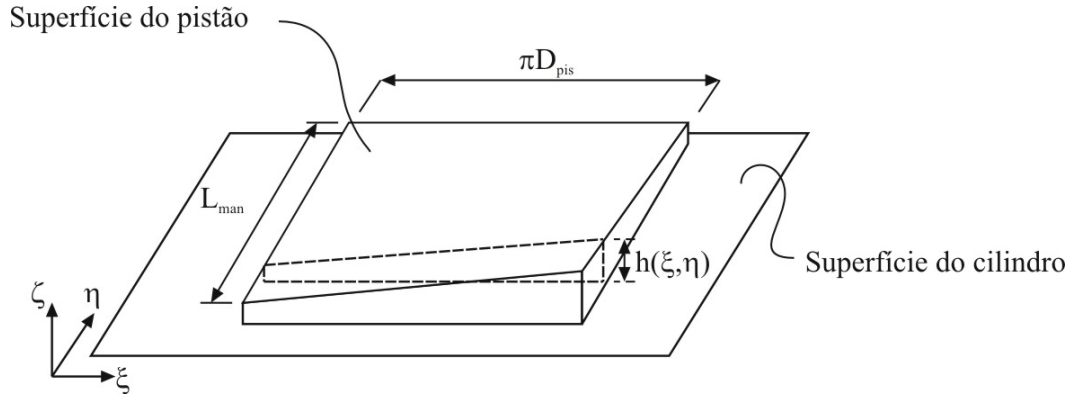


Figura 4.3 – Geometria para folga pistão-cilindro desenvolvida.

4.2 – Espessura local do filme fluido

A espessura local do filme fluido h é a distância que separa as duas superfícies e é função tanto de ξ como η . Conforme indicado na figura 4.4, em uma seção qualquer paralela ao plano xz do mancal, podemos estabelecer a seguinte relação,

$$h = c - e_x \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) - e_z \sin\left(\frac{\xi}{R}\right) \quad (4.1)$$

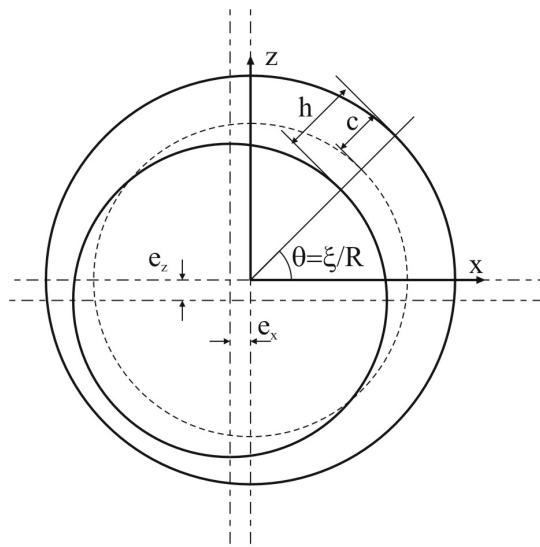


Figura 4.4 – Seção genérica do mancal.

As excentricidades e_0 e e_1 são conhecidas no topo e na saia do pistão para um dado instante de tempo e podem ser utilizadas para definir as componentes e_x e e_z em uma seção qualquer, através de uma simples proporção.

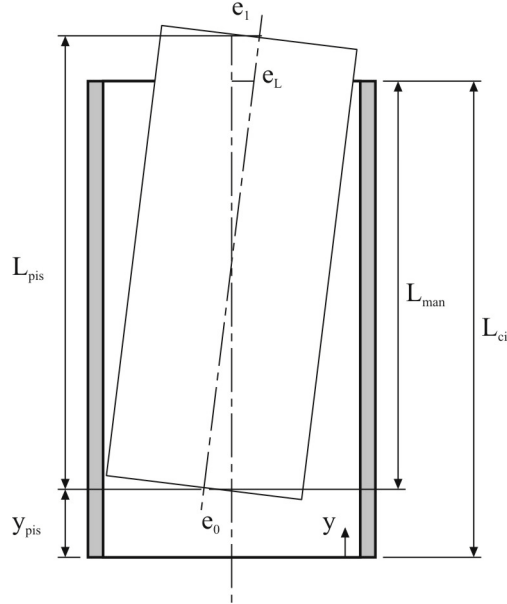


Figura 4.5 – Seção do mancal no plano $\eta\zeta$.

Com base na figura 4.5 pode-se dizer que,

$$\eta = 0, \text{ para } e = e_0 \quad (4.2)$$

$$\eta = L_{man}, \text{ para } e = e_L \quad (4.3)$$

$$e_L = e_1 + \frac{e_0 - e_1}{L_{pis}} (L_{pis} - L_{man}) \quad (4.4)$$

onde, o comprimento do mancal L_{man} é função da posição do pistão y_{pis} dentro do cilindro,

$$L_{man} = \begin{cases} L_{pis} & \text{se } y_{pis} + L_{pis} < L_{cil} \\ L_{cil} - y_{pis} & \text{se } y_{pis} + L_{pis} \geq L_{cil} \end{cases} \quad (4.5)$$

A excentricidade em uma seção qualquer do mancal é dada por

$$e(\eta) = -\frac{e_0 - e_1}{L_{pis}} \eta + e_0 \quad (4.6)$$

Finalmente substituindo-se a equação (4.6) na equação (4.1) a expressão para a espessura do filme lubrificante pode ser determinada por

$$h(\xi, \eta) = c - \frac{\eta}{L_{pis}} \left[e_{x1} \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) + e_{z1} \sin\left(\frac{\xi}{R}\right) \right] - \left(1 - \frac{\eta}{L_{pis}} \right) \left[e_{x0} \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) + e_{z0} \sin\left(\frac{\xi}{R}\right) \right] \quad (4.7)$$

4.3 – Carregamento sobre o pistão

O compressor linear idealmente apresenta o mecanismo alinhado com o eixo de movimento, porém em função das tolerâncias de fabricação e erros de montagem é possível que exista um atravessamento do pistão em relação ao cilindro durante seu funcionamento. O próprio atuador linear pode também gerar carregamento lateral e momentos sobre o pistão. Na figura 4.5 é ilustrada a distribuição de forças e momentos sobre o pistão, denotados por F_o e M_o .

Os carregamentos F_o e M_o são, a princípio, conhecidos a partir de experimentos ou simulação numérica e impostos ao problema. Esses carregamentos vão gerar um campo de pressões no filme lubrificante que ocupa a folga radial que resultam no momento M_r e na força F_r (não indicados na figura), atuando sobre o centro de gravidade do pistão anulando o carregamento imposto.

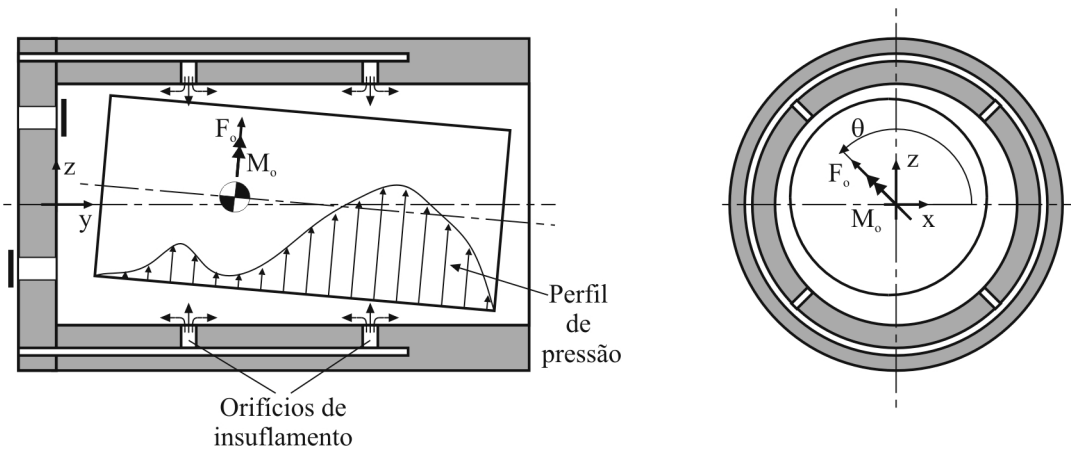


Figura 4.6 – Equilíbrio de forças sobre o pistão.

4.4 – Modelo do escoamento na folga pistão cilindro

O escoamento entre as superfícies do pistão e cilindro é governado pelas equações de Navier-Stokes, mas de acordo com a Teoria da Lubrificação essas equações podem ser simplificadas observando-se as seguintes hipóteses, conforme apresentado em Prata (1992) e Hamrock (2004):

- (a) Os efeitos das forças de campo são ignorados;
- (b) As forças de inércia são desconsideradas;
- (c) A pressão não varia perpendicularmente à folga radial;
- (d) Condição de não deslizamento do fluido lubrificante nas superfícies sólidas;
- (e) Escoamento laminar;
- (f) Fluido lubrificante é um gás perfeito;
- (g) Escoamento isotérmico e despreza-se a variação da viscosidade com a pressão. Logo, a viscosidade é considerada constante.

Utilizando-se as hipóteses simplificativas nas equações de Navier-Stokes para as direções ξ e η , pode-se mostrar que

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} \right) \quad (4.8)$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} \right) \quad (4.9)$$

mas,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \approx \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \approx \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} \ll \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} \quad (4.10)$$

então,

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} \right) \quad \text{e} \quad \frac{\partial p}{\partial \eta} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} \right) \quad (4.11)$$

Integrando-se as equações (4.11) ao longo da espessura do filme lubrificante tem-se

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi} \frac{\zeta^2}{2} + C_1 \zeta + C_2 \quad \text{e} \quad v = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} \frac{\zeta^2}{2} + C_3 \zeta + C_4 \quad (4.12)$$

Como a superfície do cilindro está parada em relação ao sistema de coordenadas e a superfície do pistão move-se com velocidade V_p na direção η , tem-se como condições de contorno,

$$\zeta = 0 \rightarrow u = v = 0 \quad \text{e} \quad \zeta = h \rightarrow u = 0 \quad \text{e} \quad v = V_p \quad (4.13)$$

Aplicando as condições de contorno nas equações (4.12), tem-se

$$C_1 = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi} \frac{h}{2}; \quad C_2 = 0; \quad C_3 = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} \frac{h}{2} + \frac{V_p}{h}; \quad C_4 = 0 \quad (4.14)$$

Substituindo-se as expressões das constantes (4.14) nas equações (4.12) resulta em

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi} \left(\frac{\zeta^2 - h\zeta}{2} \right) \quad \text{e} \quad v = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} \left(\frac{\zeta^2 - h\zeta}{2} \right) + V_p \frac{\zeta}{h} \quad (4.15)$$

As expressões anteriores serão agora utilizadas juntamente com a equação da conservação da massa, dada por

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial \zeta} = 0 \quad (4.16)$$

A equação (4.16) integrada ao longo da espessura de filme lubrificante fornece

$$\int_0^h \frac{\partial(\rho u)}{\partial \xi} d\zeta + \int_0^h \frac{\partial(\rho v)}{\partial \eta} d\zeta + \int_0^h \frac{\partial(\rho w)}{\partial \zeta} d\zeta = 0 \quad (4.17)$$

Para o último termo da equação (4.17) tem-se

$$\int_0^h \frac{\partial(\rho w)}{\partial \zeta} d\zeta = (\rho w)_h - (\rho w)_0 \quad (4.18)$$

onde w_0 é a velocidade na direção ζ junto à superfície do cilindro e w_h junto à superfície do pistão.

Na superfície do cilindro, a velocidade no sentido da folga é zero em todo o domínio onde a superfície é fixa, exceto nas regiões de insuflamento que coincidem com os furos de alimentação, cuja velocidade depende do fluxo de massa insuflado. Na superfície do pistão, w_h representa a velocidade com que o pistão se aproxima ou afasta do cilindro. Assim, matematicamente as condições anteriores se traduzem em,

$$(\rho w)_0 = \frac{\dot{m}}{A_{furo}} \quad (4.19)$$

$$(\rho w)_h = \rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.20)$$

Como h é limite de integração e é função de ξ e η , faz-se uso, na solução das integrais do primeiro e segundo termo da equação (4.17), da Regra de Leibnitz para diferenciação de integrais, ou seja,

$$\frac{d}{d\alpha} \int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} F(\alpha, \beta) d\beta = \int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} \frac{dF}{d\alpha} d\beta + F(\alpha, b) \frac{db}{d\alpha} - F(\alpha, a) \frac{da}{d\alpha} \quad (4.21)$$

Rearranjando os termos da expressão (4.21), tem-se

$$\int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} \frac{dF}{d\alpha} d\beta = \frac{d}{d\alpha} \int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} F(\alpha, \beta) d\beta - F(\alpha, b) \frac{db}{d\alpha} + F(\alpha, a) \frac{da}{d\alpha} \quad (4.22)$$

Comparando a expressão (4.22) com o primeiro termo do lado direito da equação (4.17) resulta em,

$$\int_0^h \frac{\partial(\rho u)}{\partial \xi} d\zeta = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\rho \int_0^h u(\xi, \zeta) d\zeta \right] - \rho u(\xi, h) \frac{\partial h}{\partial \xi} + \rho u(\xi, 0) \quad (4.23)$$

Mas a velocidade na direção circunferencial do pistão é nula (o pistão não gira sobre seu eixo), então o segundo e o terceiro termo no lado direito da equação (4.23) são nulos, resultando em

$$\int_0^h \frac{\partial(\rho u)}{\partial \xi} d\zeta = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\rho \int_0^h \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi} \left(\frac{\zeta^2 - h\zeta}{2} \right) d\zeta \right] = -\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi} \left(\frac{h^3}{12} \right) \right] \quad (4.25)$$

onde foi utilizada a expressão para u dada pela equação (4.15).

Da mesma forma, comparando a expressão (4.22) com o segundo termo do lado direito da equação (4.17) resulta em

$$\int_0^h \frac{\partial(\rho v)}{\partial \eta} d\zeta = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\rho \int_0^h v(\eta, \zeta) d\zeta \right] - \rho v(\eta, h) \frac{\partial h}{\partial \eta} + \rho v(\eta, 0) \quad (4.26)$$

A velocidade axial da superfície em $\zeta = 0$ é nula, pois é a velocidade do cilindro e a velocidade em $\zeta = h$ é a própria velocidade do pistão V_p . Logo, fazendo uso da equação (4.15) para v , resulta em

$$\begin{aligned} \int_0^h \frac{\partial(\rho v)}{\partial \eta} d\zeta &= \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \rho \int_0^h \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} \left(\frac{\zeta^2 - h\zeta}{2} \right) + V_p \frac{\zeta}{h} \right] d\zeta \right\} - \rho V_p \frac{\partial h}{\partial \eta} \\ &= -\frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} \left(\frac{h^3}{12} \right) - \rho V_p \frac{h}{2} \right\} - \rho V_p \frac{\partial h}{\partial \eta} \\ &= -\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) - \frac{V_p}{2} \frac{\partial(\rho h)}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Substituindo as equações (4.18), (4.25) e (4.27) na equação (4.17) e rearranjando alguns termos chega-se finalmente à equação de Reynolds para a folga entre o pistão e o cilindro,

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = -12\mu \left(\frac{V_p}{2} \frac{\partial(\rho h)}{\partial \eta} + \frac{\dot{m}}{A_{furo}} - \rho \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (4.28)$$

A compressibilidade do fluido deve ser incorporada ao modelo físico, para avaliação da densidade frente à variação da pressão. Assumindo um comportamento de gás perfeito, a densidade do fluido lubrificante pode ser expressa por $\rho = p/(\Re T)$, o que permite escrever a equação (4.28) como:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = -12\mu \left(\frac{V_p}{2} \frac{\partial(ph)}{\partial \eta} + \Re T \frac{\dot{m}}{A_{furo}} - p \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (4.29)$$

A equação de Reynolds deve ser resolvida no domínio de solução apresentado na figura 4.7. Este domínio é a superfície planificada do cilindro exposta ao pistão.

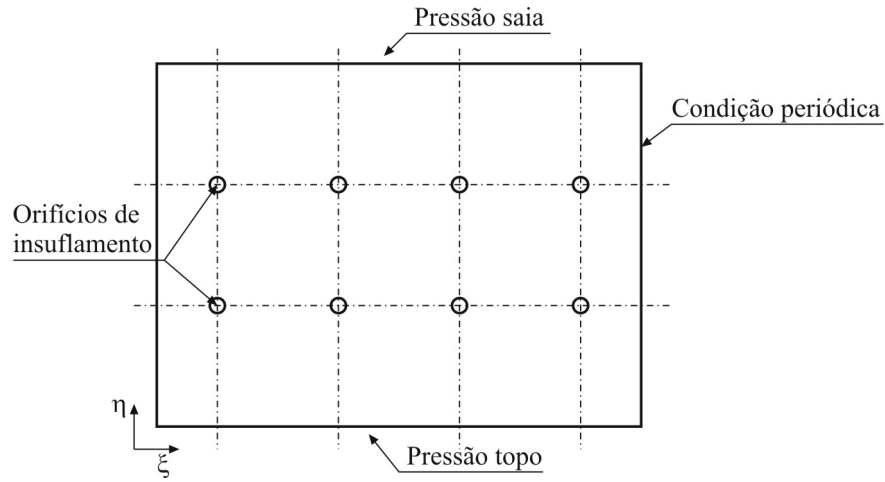


Figura 4.7 – Domínio de solução (folga pistão cilindro planificada).

Como condições de contorno para a equação (4.30), considera-se que o campo de pressões é contínuo na extremidade circunferencial do domínio, ou seja,

$$p_{\xi=0} = p_{\xi=2\pi R} \quad (4.30)$$

e que as pressões instantâneas na topo e na saída do pistão são prescritas, conforme

$$p(t)_{\eta=0} = p(t)_{cil} \quad (4.31)$$

$$p(t)_{\eta=L} = p(t)_{sucção} \quad (4.32)$$

4.5 – Modelo do escoamento nos canais de alimentação

O canal de alimentação é obtido através do torneamento de ranhuras helicoidais na superfície externa do cilindro, conforme ilustrado na figura 4.8. O cilindro então é inserido sob pressão no bloco do compressor, formando os canais.

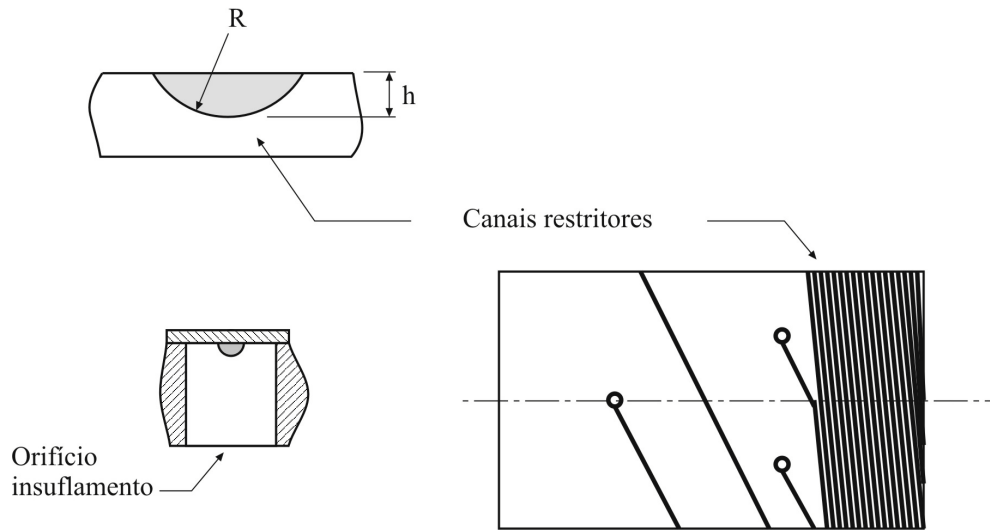


Figura 4.8 – Representação do canal de alimentação do mancal.

Cada canal comunica-se com um único orifício de insuflamento e tem comprimento L . O canal possui uma seção aproximada por uma corda de um círculo e o seu diâmetro equivalente D_h é definido através de

$$D_h = \frac{4A_{cap}}{P_{cap}} \quad (4.33)$$

onde A_{cap} é a área da seção transversal do canal de alimentação e P_{cap} é o seu perímetro molhado.

O insuflamento de refrigerante será modelado como termo fonte na equação de Reynolds, nos volumes localizados sobre os pontos de alimentação, conforme apresentado na

equação (4.29). Esse refrigerante é desviado da câmara de descarga do compressor e conduzido aos orifícios de insuflamento por canais de alimentação. A vazão mássica de refrigerante insuflada em cada orifício é dada por

$$\dot{m}_k = \rho_k u_k A_{cap} \quad (4.34)$$

onde, ρ_k é a densidade do refrigerante e u_k é a velocidade média do refrigerante no canal de alimentação, determinada a partir de

$$u_k = c M_k \quad (4.35)$$

onde c é a velocidade do som e M_k é o número de Mach do escoamento em cada canal de alimentação.

Em Saad (1992), para um escoamento compressível unidimensional isotérmico em um duto de seção constante e com atrito, o número de Mach na entrada do duto é dado pela expressão

$$M_1 = \left[\frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2}{\gamma \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2 + \frac{4fL}{D_h}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.36)$$

onde o índice 1 representa as condições de entrada do duto e o índice 2 as condições de saída, e f é o fator de atrito, calculados pelas expressões,

$$f = \frac{64}{\text{Re}}, \quad \text{para } \text{Re} < 2000 \quad \text{ou} \quad (4.37)$$

$$f = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}, \quad \text{para } 2000 \leq \text{Re} \leq 5000$$

onde Re é o número de Reynolds do escoamento no canal de alimentação.

Tendo avaliado a vazão mássica insuflada através dos orifícios, deve-se verificar a conservação da massa, comparando a massa insuflada de refrigerante com a massa que está sendo eliminada pelas extremidades do pistão,

$$\sum_{k=1}^{n_{\text{furos}}} \dot{m}_k = \dot{m}_{\eta=L_{\text{man}}} + \dot{m}_{\eta=0} + \dot{m}_{fe} \quad (4.38)$$

onde \dot{m}_{fe} é a taxa de variação da massa contida na folga e \dot{m}_{η} é a vazão mássica calculada a partir da integração da distribuição da velocidade axial ao longo da folga pistão cilindro nas extremidades do domínio ($\eta = 0$ e $\eta = L_{\text{man}}$) dada por

$$\dot{m}_{\eta} = \int_0^{2\pi R} \int_0^h (\rho v) d\zeta d\xi \quad (4.39)$$

Substituindo na equação (4.39) a expressão para a velocidade v dada pela equação (4.15) resulta em

$$\dot{m}_{\eta} = \int_0^{2\pi R} \int_0^h \left[\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} \left(\frac{\zeta^2 - h\zeta}{2} \right) + \frac{\rho V_p \zeta}{h} \right] d\zeta d\xi \quad (4.40)$$

Integrando a equação (4.40) ao longo da espessura da folga h tem-se

$$\dot{m}_{\eta} = \int_0^{2\pi R} \left[-\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{\rho V_p h}{2} \right] d\xi \quad (4.41)$$

que permite calcular a vazão mássica pelas extremidades da folga entre o pistão e o cilindro.

4.6 – Modelo para força de atrito viscoso sobre o pistão

Para a determinação da força de atrito viscoso, F_f , deve-se calcular a tensão de cisalhamento τ_{pis} na interface entre o pistão e o filme lubrificante. A tensão τ_{pis} age na direção

axial e as tensões de cisalhamento na direção circunferencial são desprezadas pois o pistão não gira sobre o seu eixo. Assim, observando-se a figura 4.3 tem-se

$$\tau_{pis} = \mu \frac{\partial v}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=h} \quad (4.42)$$

Derivando a componente v da velocidade, fornecida pela equação (4.15) e avaliando o valor da derivada em $\zeta = h$, resulta em

$$\frac{\partial v}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=h} = \frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{V_p}{h} \quad (4.43)$$

Usando as equações (4.42) e (4.43) chega-se a

$$\tau_{pis} = \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \mu \frac{V_p}{h} \quad (4.44)$$

A equação anterior quando integrada em toda a área da folga entre o pistão e o cilindro resulta na expressão da força de atrito viscoso,

$$F_f = - \int_0^{L_{man}} \int_0^{\pi D} \left(\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \mu \frac{V_p}{h} \right) d\xi d\eta \quad (4.45)$$

Aqui o sinal negativo indica que a força de atrito viscoso sobre o pistão tem sentido contrário à velocidade sua velocidade e ao gradiente de pressão ao longo da folga radial entre o pistão e o cilindro.

4.7 – Modelo para equilíbrio dinâmico do pistão dentro da folga

Como indicado na figura 4.4 o carregamento imposto sobre o pistão se traduz em seu deslocamento dentro da folga pistão cilindro. Para a neutralização desse carregamento

surtem esforços hidrodinâmicos decorrentes do efeito de insuflamento de refrigerante, efeito cunha e efeito de filme espremido.

Os esforços hidrodinâmicos podem ser determinados pela integração do campo de pressões provenientes da solução da equação (4.29). Após o campo de pressões ter sido determinado, as componentes da força gerada pelo filme fluido são calculadas através das seguintes expressões

$$F_{rx} = - \int_0^{L_{man}} \int_0^{2\pi R} p(\xi, \eta) \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) d\xi d\eta \quad (4.46)$$

e

$$F_{rz} = - \int_0^{L_{man}} \int_0^{2\pi R} p(\xi, \eta) \sin\left(\frac{\xi}{R}\right) d\xi d\eta \quad (4.47)$$

As componentes do momento associado à força de reação do filme fluido são calculadas por

$$M_{rx} = - \int_0^{L_{man}} \int_0^{2\pi R} p(\xi, \eta) (\eta - y_{cm}) \sin\left(\frac{\xi}{R}\right) d\xi d\eta \quad (4.48)$$

e

$$M_{rz} = + \int_0^{L_{man}} \int_0^{2\pi R} p(\xi, \eta) (\eta - y_{cm}) \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) d\xi d\eta \quad (4.49)$$

Em uma formulação completa, esse balanço entre o carregamento e a força de sustentação do filme fluido gera uma aceleração do pistão para uma nova posição dentro da folga, representada pela aceleração do centro de massa e aceleração angular do pistão (Prata et al., 2000). Isto significa resolver um sistema de 4 equações diferenciais ordinárias por um método iterativo, como por exemplo, Runge-Kutta, necessitando-se de vários ciclos até garantir uma condição de periodicidade para a órbita do pistão.

No entanto, uma formulação mais simplificada onde a massa do pistão é desconsiderada vem sendo utilizada com sucesso neste tipo de problema (Couto, 2001). O problema da dinâmica do pistão se resume então a encontrar um campo de pressão que devido ao efeito de filme espremido, isto é, devido à velocidade radial do pistão dentro da folga, seja capaz de anular as componentes da força e momento do carregamento imposto. Uma vez encontrada essa velocidade, a posição do pistão dentro da folga no próximo instante, caracterizado pelas componentes da excentricidade no topo e na saia, pode ser calculado por

$$\begin{aligned}
 e_{x0} &= e_{x0}^* + \frac{\partial e_{x0}}{\partial t} \Delta t \\
 e_{x1} &= e_{x1}^* + \frac{\partial e_{x1}}{\partial t} \Delta t \\
 e_{z0} &= e_{z0}^* + \frac{\partial e_{z0}}{\partial t} \Delta t \\
 e_{z1} &= e_{z1}^* + \frac{\partial e_{z1}}{\partial t} \Delta t
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

CAPÍTULO 5

DESEMPENHO DO COMPRESSOR LINEAR

5.1 – Critérios de desempenho

Os termos mais utilizados na indústria de refrigeração para avaliar o desempenho de compressores são o COP – “coefficient of performance” e EER – “energy efficiency ratio”. O primeiro é definido como a razão entre o calor removido, em Watts, e a potência requerida para realizar esse processo, também em Watts. O segundo, cuja definição é a mesma, o calor removido é dado em BTU/h, enquanto que a potência requerida permanece em Watts.

Esses termos, embora dêem uma idéia da totalidade do desempenho do compressor que é útil para a comparação e classificação dos mesmos, impossibilitam uma análise detalhada das perdas de energia e vazão mássica que permitam um trabalho de otimização de projeto cujo primeiro passo é a identificação dos maiores potenciais de ganho de desempenho.

Torna-se então necessário desenvolver uma definição generalizada e compreensiva de um termo que possa ser usado para relatar o desempenho global do compressor, e que também leve em consideração todos os fatores individuais que afetam este desempenho. Com este fim serão utilizados os trabalhos de Pandeya et al. (1978) e Ussyk (1982) os quais fornecem as bases para o desenvolvimento apresentado a seguir.

Em termos gerais o desempenho de uma máquina é a sua capacidade em executar uma determinada tarefa. No caso de um compressor, a tarefa é bombear a máxima quantidade possível de gás nas condições de sucção dadas para as condições desejadas de descarga com o mínimo consumo específico de energia. Assim surgem dois critérios de desempenho:

- 1 – A capacidade do compressor que é a taxa de massa que pode ser comprimida e liberada em dadas condições de operação. Um aumento na vazão mássica aumentará o desempenho.
- 2 – A utilização efetiva da energia fornecida ao compressor, que é a energia consumida por unidade de massa liberada. Um aumento no consumo de energia reduzirá o desempenho.

Combinando os dois critérios acima se obtém um coeficiente de desempenho para um compressor.

$$\text{Desempenho} \propto \frac{\text{Taxa de massa}}{\text{Energia consumida por unidade de massa liberada}} \quad (5.1)$$

Definindo então uma razão de desempenho para o compressor na forma

$$\Pi = \frac{\frac{dm}{dt}}{\frac{E_{ent}}{dm}} \quad (5.2)$$

A razão de desempenho acima também pode ser escrita na forma

$$\Pi = \frac{\frac{dm}{dt}}{\frac{E_{ent}}{dm}} \frac{dm}{dt} = \frac{\dot{m}^2}{\dot{E}_{ent}} \quad (5.3)$$

onde,

- m - Massa liberada [kg]
- \dot{m} - Vazão mássica [kg/s]
- E_{ent} - Energia fornecida ao compressor [J]
- \dot{E}_{ent} - Potência elétrica fornecida ao compressor [W]

A razão de desempenho conforme definida acima é uma grandeza dimensional [kg.s.m⁻²] que expressa o desempenho do compressor em termos absolutos sem contudo fornecer uma idéia clara das possibilidades de otimização desse desempenho. Para melhorar essa situação é definido outro termo, chamado eficiência de desempenho (η_p), o qual é obtido pela comparação da razão de desempenho real com a razão de desempenho de um compressor ideal, ou seja, isento de qualquer tipo de perda.

Utilizando-se os subscritos r e i para designar as condições real e ideal, respectivamente, tem-se:

$$\Pi_r = \frac{\dot{m}_r^2}{\dot{E}_{ent}} \quad (5.4)$$

$$\Pi_i = \frac{\dot{m}_i}{E_i} \quad (5.5)$$

Onde E_i é o trabalho específico ideal entregue ao fluido pelo deslocamento do pistão. Assim,

$$\eta_p = \frac{\Pi_r}{\Pi_i} = \frac{\dot{m}_r^2 E_i}{\dot{E}_{ent} \dot{m}_i} = \frac{\dot{m}_r E_i}{\dot{E}_{ent}} \frac{\dot{m}_r}{\dot{m}_i} \quad (5.6)$$

Em última análise, a eficiência de desempenho representa a fração do desempenho ideal que um dado compressor pode atingir, em condições reais de operação. Pode-se definir, a partir da equação (5.6), uma eficiência de massa (η_m) e uma eficiência de energia (η_e), ambas adimensionais,

$$\eta_m = \frac{\dot{m}_r}{\dot{m}_i} \quad (5.7)$$

$$\eta_e = \frac{\dot{m}_r E_i}{\dot{E}_{ent}} \quad (5.8)$$

A eficiência de massa pode ser traduzida como a fração da vazão mássica ideal que pode ser bombeada pelo compressor, sob condições reais de operação. Similarmente, a eficiência de energia traduz-se como a fração da potência real consumida caso o compressor tivesse operado idealmente.

A equação (5.8) pode ser decomposta da seguinte forma,

$$\eta_e = \frac{\dot{E}_{eix}}{\dot{E}_{ent}} \frac{\dot{m}_r E_r}{\dot{E}_{eix}} \frac{E_i}{E_r} = \frac{\dot{E}_{eix}}{\dot{E}_{ent}} \frac{\dot{E}_{ind}}{\dot{E}_{eix}} \frac{E_i}{E_r} \quad (5.9)$$

onde,

\dot{E}_{eix} Potência disponível no eixo do atuador [W].

\dot{E}_{ind} Potência entregue ao gás dentro do cilindro [W];

E_r Trabalho específico real entregue ao gás dentro do cilindro através do deslocamento do pistão [J/kg];

Introduzindo as seguintes eficiências:

$$\text{Eficiência Elétrica} \quad \eta_{at} = \frac{\dot{E}_{eix}}{\dot{E}_{ent}} \quad (5.10)$$

$$\text{Eficiência Mecânica} \quad \eta_{mec} = \frac{\dot{E}_{ind}}{\dot{E}_{eix}} \quad (5.11)$$

$$\text{Eficiência Termodinâmica} \quad \eta_{ter} = \frac{E_i}{E_r} \quad (5.12)$$

A equação (5.6) pode agora ser reescrita da seguinte forma,

$$\eta_P = \eta_m \eta_{ter} \eta_{mec} \eta_{at} \quad (5.13)$$

Associada a cada uma destas eficiências tem-se uma série de perdas que podem ser agrupadas em dois conjuntos: perdas de energia e perdas na vazão mássica. A seguir estes dois grupos de perdas são analisados separadamente.

5.2 – Perdas de energia

A figura 5.1 é uma representação do fluxo de potência no compressor, mostrando as potências perdidas.

A potência de entrada elétrica \dot{E}_{ent} é fornecida ao atuador linear do compressor que a transforma em energia mecânica com uma eficiência η_{at} , produzindo uma potência \dot{E}_{eix} disponível no eixo do atuador. As perdas do atuador linear \dot{E}_{pat} já foram discriminadas no item 3.2. Também é possível escrever que:

$$\dot{E}_{pat} = (1 - \eta_{at}) \dot{E}_{ent} \quad (5.14)$$

A potência de eixo \dot{E}_{eix} disponível também sofre uma perda, denominada perda mecânica \dot{E}_{pme} , até transformar-se em potência indicada \dot{E}_{ind} .

As perdas mecânicas englobam todas as perdas por fricção ocorrendo nos mecanismos de transmissão mecânica. No caso do compressor linear elas decorrem do amortecimento estrutural das molas ressonantes e de suspensão, usualmente desprezíveis, e principalmente da perda de potência dissipada devido ao cisalhamento do fluido lubrificante na folga pistão cilindro.

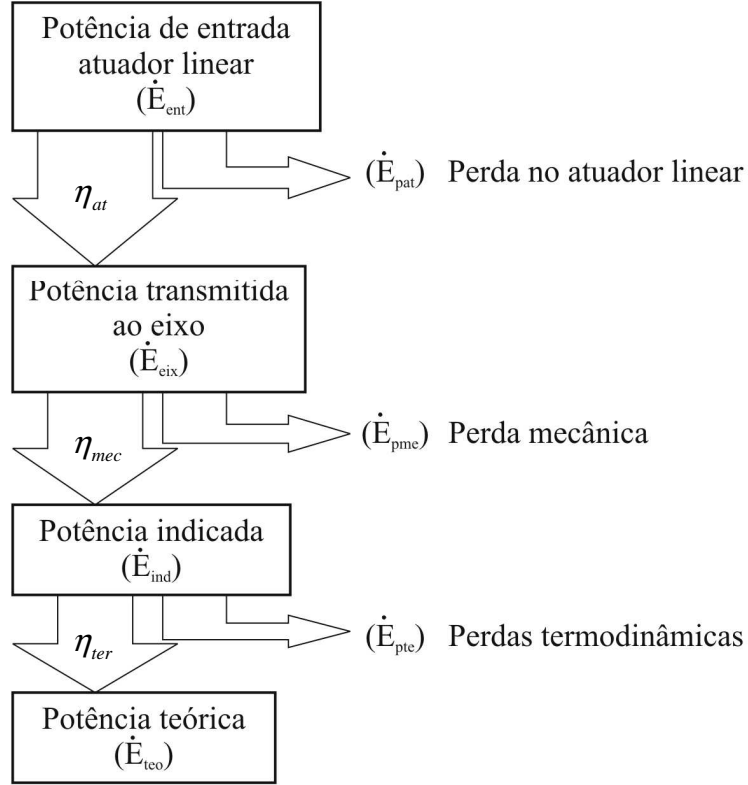


Figura 5.1 – Fluxo de potência no compressor.

Essa perda de potência no mancal do pistão é dada pelo produto entre a força de atrito viscoso, F_f , e a velocidade axial do pistão, V_p . Assim,

$$\dot{E}_{pme} = F_f V_p \quad (5.14)$$

Essa é a potência dissipada instantaneamente no folga pistão cilindro. A potência média dissipada é dada pela integração desta equação ao longo de um ciclo completo, resultando em

$$\bar{E}_{pme} = \frac{1}{T} \int_0^T F_f V_p dt \quad (5.15)$$

A maior parte da potência indicada \dot{E}_{ind} é utilizada como potência efetiva \dot{E}_{efe} que é representada pela área definida pelos pontos 1-2'-2''-3-3'-4-1 no diagrama P-V. Esta potência é necessária para comprimir o gás a baixa pressão p_s até a pressão de descarga p_d . As perdas ocorrendo nesse estágio são: perda no sistema de descarga \dot{E}_{vd} e perda no sistema de sucção \dot{E}_{vs} . Tais perdas são expressas nas áreas 4-3'-3-3''-4 e 1-2'-2''-2-1, respectivamente, no diagrama P-V. Esse balanço de energia pode ser expressa através de

$$\dot{E}_{efe} = \dot{E}_{ind} - \dot{E}_{vs} - \dot{E}_{vd} \quad (5.17)$$

Da mesma forma, a maior parte da potência efetiva \dot{E}_{efe} transforma-se em potência teórica \dot{E}_{teo} , correspondente a área definida pelos pontos 4-1'-2'-3'-4 no diagrama indicado. Para compressores admite-se que os processos ideais de compressão e expansão sejam isentrópicos e assim, conhecendo-se o volume morto ($V_m = V_4$) e as pressões de sucção p_s e descarga p_d , pode-se determinar os volumes correspondentes aos pontos 1', 2' e 3' através das equações

$$V_{1'} = V_4 \left(\frac{p_d}{p_s} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (5.16)$$

$$V_{2'} = V_{1'} + V_s = V_{1'} + \frac{\dot{m}_r v_s}{F} \quad (5.17)$$

$$V_{3'} = V_{2'} \left(\frac{p_s}{p_d} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (5.18)$$

onde,

- γ Relação de calores específicos (c_p/c_v)
- v_s Volume específico do gás na sucção (m^3/kg)
- V_s Volume de gás admitido nas condições de sucção (m^3)
- F Frequência do oscilação do compressor [Hz]

A área delimitada pelo ciclo real representa a energia que é entregue ao fluido de trabalho a cada ciclo do atuador. A potência teórica pode ser calculada pela expressão,

$$\dot{E}_{teo} = \frac{\gamma}{\gamma-1} p_s v_s \dot{m}_r \left[\left(\frac{p_d}{p_s} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (5.19)$$

ou pela expressão,

$$\dot{E}_{teo} = \dot{m}_r (h_d - h_s) \quad (5.20)$$

onde,

h_s Entalpia específica na condição de sucção [J/kg]

h_d Entalpia específica na condição de descarga [J/kg]

Finalmente a diferença entre a potência efetiva e a teórica está associada aos mecanismos de transferência de calor das paredes do cilindro e pistão para o gás durante os processos de sucção e início de compressão, e também às irreversibilidades associadas ao escoamento do fluido no interior do cilindro durante a compressão do gás (normalmente desprezíveis). Essas perdas, conhecidas como perdas de sucção e compressão, podem ser avaliadas por

$$\dot{E}_{psc} = \dot{E}_{efe} - \dot{E}_{teo} \quad (5.21)$$

5.3 – Perdas de massa

Para compreender a perda na vazão mássica, deve-se utilizar um conceito levemente diferente daquele usado nas perdas de energia, porque neste caso nenhuma das perdas é realmente desperdiçada para o ambiente. O mecanismo de perdas na vazão mássica apresenta-se na forma de redução da capacidade de refrigeração do compressor. É possível enumerar as seguintes causas que determinam perdas na taxa de massa entregue: volume morto, vazamentos, refluxo nas válvulas, aquecimento do gás de sucção, recirculação de gás

refrigerante pelo mancal pneumático e restrições nas válvulas e canalizações, conforme ilustrado na figura 5.3.

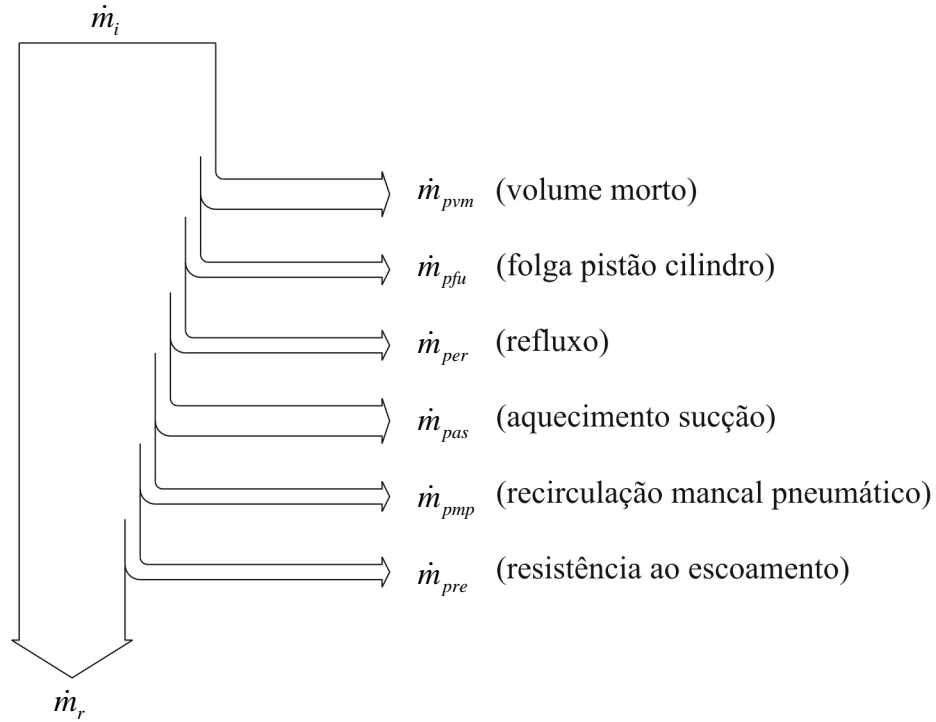


Figura 5.3 – Perdas na taxa de massa.

O volume expandido V_r da figura 5.2 é o volume do cilindro quando a pressão na câmara de compressão é igual a pressão na linha de sucção. A perda na taxa de massa associada ao volume morto pode ser calculada por

$$\dot{m}_{pvm} = V_r \rho_{os} F \quad (5.21)$$

onde ρ_{os} é a densidade do gás na câmara de sucção [kg/m³].

O vazamento de refrigerante através da folga pistão-cilindro é a própria massa que atravessa o topo do pistão, obtida pela integração da velocidade axial do escoamento ao longo da folga, conforme a equação (4.41),

$$\dot{m}_{fu} = - \int_0^{\pi D} \left[\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{\rho V_p h}{2} \right]_{\eta=0} d\xi \quad (5.22)$$

Para se obter a perda na vazão mássica associada ao vazamento através da folga entre o pistão e o cilindro, deve-se integrar a equação (5.22) ao longo de um ciclo completo de oscilação do compressor e multiplicá-la pela frequência de operação. Assim,

$$\dot{m}_{pfi} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{m}_{fi} dt \quad (5.23)$$

No final dos processos de sucção e descarga, dependendo das condições de pressão a montante e a jusante das respectivas válvulas pode ocorrer o retorno do fluido do cilindro para a câmara, no caso da sucção, ou da câmara para o cilindro, no caso da descarga. Esse escoamento reverso é conhecido como refluxo. As equações (3.48) e (3.49) definem as vazões mássicas instantâneas através das válvulas. Uma vez caracterizado o escoamento reverso, a integração dessas equações ao longo do ciclo de oscilação do compressor fornece o refluxo total de massa através das válvulas. A perda na taxa de massa associada ao refluxo pode ser calculada por

$$\dot{m}_{per} = \frac{1}{T} \int_0^T (\dot{m}_{vsr} + \dot{m}_{vdr}) dt \quad (5.24)$$

onde,

\dot{m}_{vsr} Taxa de massa que reflui na válvula de sucção [kg/s]

\dot{m}_{vdr} Taxa de massa que reflui na válvula de descarga [kg/s]

O fluido refrigerante proveniente da linha de retorno do refrigerador entra no compressor a uma temperatura relativamente baixa, encontrando o ambiente da carcaça do compressor, cujos componentes estão a uma temperatura mais alta. Como resultado, o gás sofre um aquecimento e tem aumentado seu volume específico e por conseqüência uma redução da massa em circulação pelo compressor. Esta perda na taxa de massa associada ao aquecimento do gás na sucção é dada por

$$\dot{m}_{pas} = \dot{m}_r \left(\frac{\rho_s}{\rho_{os}} - 1 \right) \quad (5.25)$$

onde ρ_s é a densidade do gás na sucção [kg/m³]

O insuflamento de fluido lubrificante na folga pistão-cilindro para garantir o funcionamento do mancal pneumático é obtido pelo desvio de parte do refrigerante a alta pressão na câmara de descarga. A taxa de massa insuflada em cada orifício do mancal pneumático é dada pela equação (4.34) e sua integração ao longo de um ciclo de oscilação do compressor fornece a perda na taxa de massa devido ao mancal pneumático:

$$\dot{m}_{pmp} = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^N \int_0^T (\rho_d u_k A_{cap}) dt \quad (5.26)$$

onde,

- N Número de orifícios de insuflamento do mancal pneumático
- ρ_d Massa específica do gás na descarga [kg/m³]
- u_k Velocidade média do refrigerante na entrada do canal de alimentação [m/s]
- A_{cap} Área da seção transversal do canal de alimentação do orifício [m²]

A perda na taxa de massa devido a queda de pressão nos gargalos, orifícios das válvulas e canalizações pode então ser avaliada de forma a fechar o balanço com a taxa de massa ideal, ou seja,

$$\dot{m}_{pre} = \dot{m}_i - \dot{m}_r - \dot{m}_{pmp} - \dot{m}_{pas} - \dot{m}_{per} - \dot{m}_{pfu} - \dot{m}_{pvm} \quad (5.27)$$

CAPÍTULO 6

METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

A estrutura geral do código do programa de simulação foi obtida a partir do trabalho de Ussyk (1984), voltado para compressores herméticos alternativos do tipo biela-manivela. A abordagem básica é a mesma, diferindo na determinação do volume da câmara de compressão que não é mais função de um ângulo de manivela, mas decorrente do equilíbrio dinâmico de forças sobre o pistão, conforme equações (3.1), (3.2) e (3.4).

Para a solução deste sistema de equações diferenciais optou-se por utilizar o método de Euler, onde as variáveis no instante $t+\Delta t$ são avaliadas com base nos valores no instante t , de forma explícita. O inconveniente de ser necessário utilizar incrementos de tempo pequenos não é problema em vista da capacidade de processamento dos computadores atuais. Por outro lado, a facilidade de implementação das rotinas de cálculo permite um código mais simples e de fácil organização.

Rearranjando as equações (3.1), (3.2) e (3.4) de forma conveniente, tem-se

$$\ddot{Y}_p|_{t+\Delta t} = \frac{1}{M_p} \left[-K_r(Y_p - Y_c) + A_p(P_{cil} - P_s) - F_f - F_m \right]_t \quad (6.1)$$

$$\ddot{Y}_c|_{t+\Delta t} = \frac{1}{M_c} \left[K_s Y_c + K_r(Y_p - Y_c) - A_p(P_{cil} - P_s) + F_f + F_m \right]_t \quad (6.2)$$

$$\dot{I}|_{t+\Delta t} = \frac{1}{L_{mot}} \left[V_{rede} - (R_{per} + R_{bob})I - \alpha(\dot{Y}_p - \dot{Y}_c) \right]_t \quad (6.3)$$

A partir das velocidades e posições no instante t , as novas velocidades e posições do pistão e a corrente do motor no instante $t+\Delta t$ são então calculadas por

$$\dot{Y}_p|_{t+\Delta t} = \dot{Y}_p|_t + \Delta t \cdot \ddot{Y}_p|_{t+\Delta t} \quad (6.4)$$

$$Y_p|_{t+\Delta t} = Y_p|_t + \Delta t \cdot \dot{Y}_p|_{t+\Delta t} \quad (6.5)$$

$$\dot{Y}_c|_{t+\Delta t} = \dot{Y}_c|_t + \Delta t \cdot \ddot{Y}_c|_{t+\Delta t} \quad (6.6)$$

$$Y_c|_{t+\Delta t} = Y_c|_t + \Delta t \cdot \dot{Y}_c|_{t+\Delta t} \quad (6.7)$$

$$I|_{t+\Delta t} = I_t + \Delta t \cdot \dot{I}|_{t+\Delta t} \quad (6.8)$$

O mesmo procedimento é realizado para as outras equações diferenciais que fazem parte do modelo como por exemplo para a temperatura interna do cilindro, movimento de válvulas, vazão mássica através das válvulas e pulsações de gás nas câmaras de sucção e descarga.

6.1 – Obtenção do campo de pressão

Para que se possa calcular as forças e momentos devido ao filme lubrificante em cada posição do pistão, bem como a massa insuflada no mancal e a massa vazada para dentro do cilindro e através da saia do pistão, deve-se primeiro calcular o campo de pressão que age em torno do pistão para essa posição. Tal campo de pressão é obtido pela solução da equação de Reynolds, na forma da equação (4.30).

Em função das vantagens associadas ao método da quadratura diferencial para a solução de equações diferenciais parciais decidiu-se inicialmente pela sua aplicação ao presente problema, apesar de não se ter encontrado na literatura este método aplicado a mancais aerostáticos. Fez-se então uma série de estudos e experimentos buscando viabilizar essa aplicação, mas os resultados foram infrutíferos. Verificou-se que a quadratura diferencial necessita que o termo fonte seja modelado como contínuo em todo o domínio, dificultando a aplicação no presente caso. O artigo de Revelli et al. (2004) mostra uma aplicação da quadratura diferencial na solução de um escoamento com a injeção de contaminante distribuída ao longo do domínio, reforçando a idéia que a quadratura apresenta problemas quando aplicada a problemas com singularidades, a menos que seja utilizado o expediente de subdividir o domínio. Como uma forma de registro do esforço realizado aqui na aplicação do método da quadratura diferencial, o Apêndice 1 apresenta um resumo do método, potencialidades e limitações.

Desta forma, para o presente caso optou-se pela aplicação do método dos volumes finitos para resolver a equação de Reynolds no mancal pistão-cilindro, pela facilidade de trabalhar com malhas móveis.

Basicamente para a solução da equação de Reynolds através do método dos volumes finitos faz-se uma discretização do domínio de solução – a folga radial entre o pistão

e o cilindro planificada – dividindo-o em pequenos volumes de controle. Assim a configuração do domínio de solução discretizado fica como mostrado na figura 6.1.

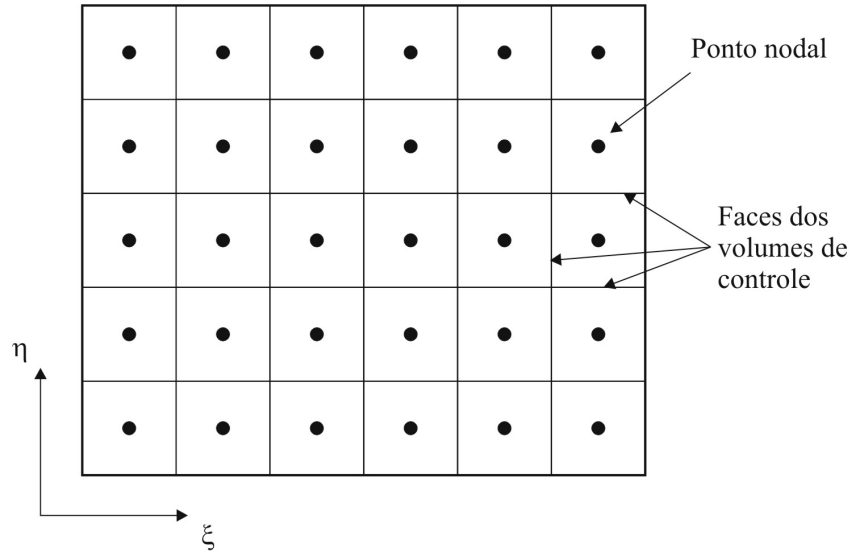


Figura 6.1 – Discretização do domínio de solução.

Considera-se um volume de controle genérico no domínio, conforme mostrado na figura 6.2. Integrando a equação (4.30) ao longo do volume de controle da figura 6.2, tem-se

$$\begin{aligned} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial}{\partial \xi} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) d\xi d\eta + \int_s^e \int_w^n \frac{\partial}{\partial \eta} \left(ph^3 \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta = \\ = - \int_s^e \int_w^n 12\mu \left(\frac{V_p}{2} \frac{\partial(ph)}{\partial \eta} + \Re T \frac{\dot{m}}{A_{furo}} - p \frac{\partial h}{\partial t} \right) d\xi d\eta \end{aligned} \quad (6.9)$$

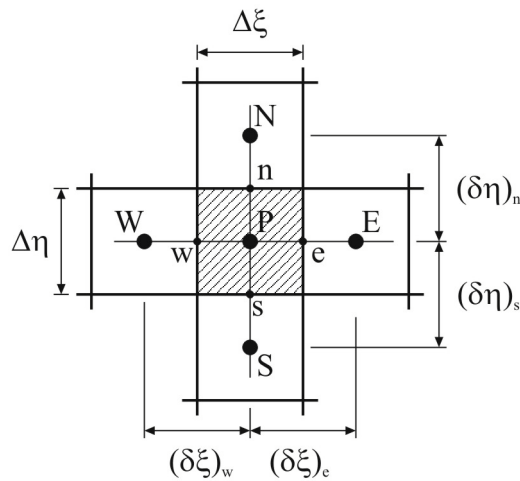


Figura 6.2 – Volume de controle típico.

Após a integração no volume indicado na figura 6.2, a equação (6.9) resulta em

$$\begin{aligned} \Delta\eta \left[(ph^3)_e \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_e - (ph^3)_w \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_w \right] + \Delta\xi \left[(ph^3)_n \frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_n - (ph^3)_s \frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_s \right] = \\ = -6\mu V_p [(ph)_n - (ph)_s] \Delta\xi - 12\mu \mathfrak{K} T \dot{m} \frac{\Delta\xi \Delta\eta}{A_{furo}} + 12\mu p_p \frac{\partial h}{\partial t} \Delta\xi \Delta\eta \end{aligned} \quad (6.10)$$

As derivadas nas faces do volume de controle são aproximadas linearmente através de

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_e = \frac{p_E - p_P}{(\delta\xi)_e}, \quad \frac{\partial p}{\partial \xi} \Big|_w = \frac{p_P - p_W}{(\delta\xi)_w} \quad (6.11a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_n = \frac{p_N - p_P}{(\delta\eta)_n}, \quad \frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_s = \frac{p_P - p_S}{(\delta\eta)_s} \quad (6.11b)$$

A equação de Reynolds conforme apresentada na equação (6.10) é uma equação diferencial não linear, visto que os coeficientes das pressões nos pontos nodais também são funções das pressões nos próprios pontos nodais. Logo, um processo iterativo deve ser estabelecido para a atualização desses coeficientes conforme a solução do sistema de equações lineares vai avançando.

As pressões nas faces do volume de controle são também aproximadas linearmente, conforme Patankar (1982), pág. 44, levando em conta o esquema mostrado na figura 6.3 e avaliadas com os valores de pressão da iteração anterior, de acordo com,

$$p_e = p_E^* f_e + (1 - f_e) p_P^*, \quad f_e = \frac{(\delta\xi)_{e-}}{(\delta\xi)_e} \quad (6.12a)$$

$$p_w = p_W^* f_w + (1 - f_w) p_P^*, \quad f_w = \frac{(\delta\xi)_{w+}}{(\delta\xi)_w} \quad (6.12b)$$

$$p_n = p_N^* f_n + (1 - f_n) p_P^*, \quad f_n = \frac{(\delta\eta)_{n-}}{(\delta\eta)_n} \quad (6.12c)$$

$$p_s = p_S^* f_s + (1 - f_s) p_P^*, \quad f_s = \frac{(\delta\eta)_{s+}}{(\delta\eta)_s} \quad (6.12d)$$

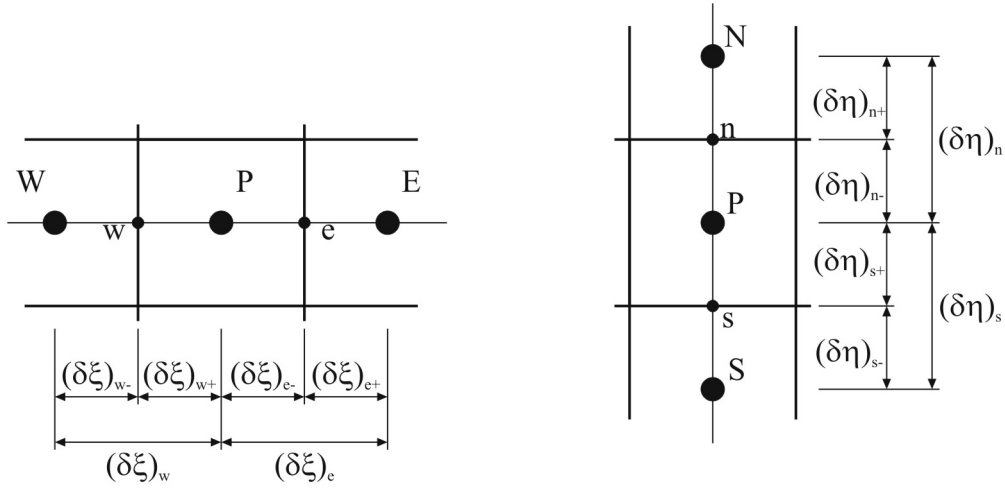


Figura 6.3 – Esquema para aproximação das pressões nas faces.

Os termos convectivos associados às pressões nas interfaces são aproximados também linearmente, porém avaliados na iteração corrente. Logo,

$$-6\mu V_p (hp)_n \Delta \xi = -6\mu V_p h_n [p_N f_n + (1 - f_n) p_P] \Delta \xi \quad (6.13a)$$

$$6\mu V_p (hp)_s \Delta \xi = 6\mu V_p h_s [p_S f_s + (1 - f_s) p_P] \Delta \xi \quad (6.13b)$$

O termo devido ao fluxo de massa só é calculado nos volumes onde existem os furos de insuflamento no cilindro. Por conveniência, faz-se o lado do volume de controle igual ao diâmetro do furo. É possível assumir que as áreas do furo e do volume de controle são iguais, tem-se

$$S_{ij} = -12\mu \Re T \dot{m}_{ij} \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{A_{furo}} \approx -12\mu \Re T \dot{m}_{ij} \quad (6.14)$$

Evocando as equações (4.34) a (4.36), resulta,

$$\dot{m}_{ij} = \rho_{od} A_{cap} c_{od} M_{ij} = \frac{p_{od}}{\Re T} A_{cap} \sqrt{\gamma \Re T} \left[\frac{1 - \left(\frac{p_{ij}}{p_{od}} \right)^2}{\gamma \ln \left(\frac{p_{od}}{p_{ij}} \right)^2 + \frac{4fL}{D_h}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.15)$$

Substituindo a equação (6.15) na equação (6.14) e após algumas simplificações, tem-se

$$S_{ij} = -12\mu A_{cap} p_{od} \sqrt{\Re T} \left[\frac{1 - \left(\frac{p_{ij}}{p_{od}} \right)^2}{\ln \left(\frac{p_{od}}{p_{ij}} \right)^2 + \frac{4fL}{D_h}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.16)$$

O termo fonte devido ao insuflamento pode ser linearizado conforme Patankar (1984):

$$S = S_C + S_P \phi_P = S_P^* + \left(\frac{\partial S}{\partial \phi} \right)_{\phi=\phi_P^*} (\phi_P - \phi_P^*) \quad (6.17)$$

Fazendo,

$$C_1 = -12\mu A_{cap} p_{od} \sqrt{\Re T} \quad , \quad C_2 = 2 \ln p_{od} + 4fL/D_h \quad , \quad C_3 = 1/p_{od}^2 \quad (6.18)$$

tem-se

$$\frac{\partial S}{\partial p} = C_1 \left[\frac{C_2 - 2 \ln p}{1 - C_3 p^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1 - C_3 p^2}{p(C_2 - 2 \ln p)^2} - \frac{C_3 p}{(C_2 - 2 \ln p)} \right] \quad (6.19)$$

Em uma forma mais compacta,

$$\frac{\partial S}{\partial p} = \frac{C_1}{p} \frac{K_1}{(K_2)^3} - \frac{C_1 C_3}{K_1 K_2} p \quad (6.20)$$

onde,

$$K_1 = \sqrt{1 - C_3 p^2} \quad (6.21)$$

$$K_2 = \sqrt{C_2 - 2 \ln p} \quad (6.22)$$

Substituindo a equação (6.19) avaliada no instante de tempo anterior, na equação (6.16) e eliminando o índice para a iteração atual, tem-se

$$S = \frac{C_1 K_1}{K_2} - \left[\frac{C_1 K_1}{p_P^* K_2^3} - \frac{C_1 C_3}{K_1 K_2} p_P^* \right] p_P^* + \left[\frac{C_1 K_1}{p_P^* K_2^3} - \frac{C_1 C_3}{K_1 K_2} p_P^* \right] p_P \quad (6.23)$$

A folga h pode ser avaliada conforme a equação (4.8) e sua derivada em relação ao tempo é calculada através de

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\eta}{L_{pis}} \left[\dot{e}_{x1} \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) + \dot{e}_{z1} \sin\left(\frac{\xi}{R}\right) \right] - \left(1 - \frac{\eta}{L_{pis}} \right) \left[\dot{e}_{x0} \cos\left(\frac{\xi}{R}\right) + \dot{e}_{z0} \sin\left(\frac{\xi}{R}\right) \right] \quad (6.24)$$

A velocidade do pistão dentro da folga foi decomposta nas componentes da velocidade das excentricidades no topo e na saia, $(\dot{e}_{x0}, \dot{e}_{z0})$ e $(\dot{e}_{x1}, \dot{e}_{z1})$, respectivamente.

Finalmente, a equação de Reynolds integrada pode ser colocada na forma padrão:

$$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_W + a_N p_N + a_S p_S + S_C \quad (6.25)$$

onde,

$$a_E = \frac{\Delta \eta}{\delta \xi_e} h_e^3 p_e^* \quad (6.26a)$$

$$a_W = \frac{\Delta \eta}{\delta \xi_w} h_w^3 p_w^* \quad (6.26b)$$

$$a_N = \frac{\Delta \xi}{\delta \eta_n} h_n^3 p_n^* + 6\mu V_p \Delta \xi h_n f_n \quad (6.26c)$$

$$a_S = \frac{\Delta \xi}{\delta \eta_s} h_s^3 p_s^* - 6\mu V_p \Delta \xi h_s f_s \quad (6.26d)$$

$$S_C = -\frac{C_1 K_1}{K_2} + \left[\frac{C_1 K_1}{p_P^* K_2^3} - \frac{C_1 C_3}{K_1 K_2} p_P^* \right] p_P^* \quad (6.26e)$$

$$S_P = \left[\frac{C_1 K_1}{p_P^* K_2^3} - \frac{C_1 C_3}{K_1 K_2} p_P^* \right] \quad (6.26f)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - 6\mu V_p \Delta \xi (h_n - h_s) + 12\mu \frac{\partial h_p}{\partial t} \Delta \xi \Delta \eta + S_p \quad (6.26g)$$

A equação (6.25) mostra que a pressão no centro P do volume de controle é função das pressões dos volumes de controle vizinhos. Cada volume tem uma equação como essa e assim obtém-se um sistema de n equações e n incógnitas. Esse sistema deve ser resolvido para que o campo de pressão na folga seja determinado. Dentre os diversos algoritmos para solução de sistemas lineares optou-se pelo TDMA para a direção axial e CTDMA, ou TDMA circular, para a direção circunferencial. Para maiores detalhes sobre o uso destes métodos ver Patankar (1980) e Patankar et al. (1977), respectivamente.

6.2 – Cálculo das forças e momentos

De posse do campo de pressões discretizado, para uma dada posição e velocidade do pistão, pode-se calcular as forças e momentos de sustentação do mancal, conforme equações (4.46) a (4.49), através de uma integração numérica sobre o domínio discretizado. As expressões discretizadas para as componentes da força e momento são,

$$F_{rx} = - \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} p_{i,j} \cos\left(\frac{\xi_i}{R}\right) \Delta \xi \Delta \eta \quad (6.27)$$

$$F_{rz} = - \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} p_{i,j} \sin\left(\frac{\xi_i}{R}\right) \Delta \xi \Delta \eta \quad (6.28)$$

$$M_{rx} = - \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} p_{i,j} (\eta_j - y_{cm}) \sin\left(\frac{\xi_i}{R}\right) \Delta \xi \Delta \eta \quad (6.29)$$

$$M_{rz} = + \sum_{j=1}^{NJ} \sum_{i=1}^{NI} p_{i,j} (\eta_j - y_{cm}) \cos\left(\frac{\xi_i}{R}\right) \Delta \xi \Delta \eta \quad (6.30)$$

onde NI é o número de volumes de controle na direção ξ , NJ é o número de volumes de controle na direção η e $P_{i,j}$ é a matriz que representa o campo de pressão.

6.3 – Procedimento para solução das equações da dinâmica do pistão

Desconsiderando a massa do pistão, o problema de dinâmica se resume a encontrar o valor da velocidade do pistão dentro da folga (efeito de filme espremido) que, aliado ao efeito de insuflamento de gás, equilibre o carregamento imposto ao mancal. Essa velocidade dentro da folga será utilizada para atualizar a posição do pistão para a próxima iteração.

Pode-se entender esse procedimento da seguinte forma. Observando que cada componente da reação do filme fluido é função linear das velocidades dentro da folga, tem-se

$$F_{rx} = f_A(\dot{e}_{x0}, \dot{e}_{z0}, \dot{e}_{x1}, \dot{e}_{z1}) = A_1\dot{e}_{x0} + A_2\dot{e}_{z0} + A_3\dot{e}_{x1} + A_4\dot{e}_{z1} + A_5 \quad (6.31a)$$

$$F_{rz} = f_B(\dot{e}_{x0}, \dot{e}_{z0}, \dot{e}_{x1}, \dot{e}_{z1}) = B_1\dot{e}_{x0} + B_2\dot{e}_{z0} + B_3\dot{e}_{x1} + B_4\dot{e}_{z1} + B_5 \quad (6.31b)$$

$$M_{rx} = f_C(\dot{e}_{x0}, \dot{e}_{z0}, \dot{e}_{x1}, \dot{e}_{z1}) = C_1\dot{e}_{x0} + C_2\dot{e}_{z0} + C_3\dot{e}_{x1} + C_4\dot{e}_{z1} + C_5 \quad (6.31c)$$

$$M_{rz} = f_D(\dot{e}_{x0}, \dot{e}_{z0}, \dot{e}_{x1}, \dot{e}_{z1}) = D_1\dot{e}_{x0} + D_2\dot{e}_{z0} + D_3\dot{e}_{x1} + D_4\dot{e}_{z1} + D_5 \quad (6.31d)$$

Cada conjunto de coeficientes [A], [B], [C], [D] representa a influência de cada componente da velocidade radial do pistão sobre as forças e momentos de sustentação do mancal. Para a determinação desses coeficientes, o campo de pressão é resolvido novamente para pequenas perturbações em cada componente de velocidade e as forças e momentos resultantes são calculados e armazenados. O procedimento será exemplificado a seguir para a componente F_{rx} , sendo semelhante para as demais reações do mancal.

Fazendo,

$$F_{rx1} = A_1\dot{e}_{x0}^* + A_2\dot{e}_{z0}^* + A_3\dot{e}_{x1}^* + A_4\dot{e}_{z1}^* + A_5 \quad (6.32a)$$

$$F_{rx2} = A_1(\dot{e}_{x0}^* + \delta\dot{e}_{x0}) + A_2\dot{e}_{z0}^* + A_3\dot{e}_{x1}^* + A_4\dot{e}_{z1}^* + A_5 \quad (6.32a)$$

$$F_{rx3} = A_1\dot{e}_{x0}^* + A_2(\dot{e}_{z0}^* + \delta\dot{e}_{z0}) + A_3\dot{e}_{x1}^* + A_4\dot{e}_{z1}^* + A_5 \quad (6.32a)$$

$$F_{rx4} = A_1\dot{e}_{x0}^* + A_2\dot{e}_{z0}^* + A_3(\dot{e}_{x1}^* + \delta\dot{e}_{x1}) + A_4\dot{e}_{z1}^* + A_5 \quad (6.32a)$$

$$F_{rx5} = A_1\dot{e}_{x0}^* + A_2\dot{e}_{z0}^* + A_3\dot{e}_{x1}^* + A_4(\dot{e}_{z1}^* + \delta\dot{e}_{z1}) + A_5 \quad (6.32a)$$

ou em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{x0}^* & \dot{e}_{z0}^* & \dot{e}_{x1}^* & \dot{e}_{z1}^* & 1 \\ \dot{e}_{x0}^* + \ddot{e}_{z1}^* & \dot{e}_{z0}^* & \dot{e}_{x1}^* & \dot{e}_{z1}^* & 1 \\ \dot{e}_{x0}^* & \dot{e}_{z0}^* + \ddot{e}_{z1}^* & \dot{e}_{x1}^* & \dot{e}_{z1}^* & 1 \\ \dot{e}_{x0}^* & \dot{e}_{z0}^* & \dot{e}_{x1}^* + \ddot{e}_{z1}^* & \dot{e}_{z1}^* & 1 \\ \dot{e}_{x0}^* & \dot{e}_{z0}^* & \dot{e}_{x1}^* & \dot{e}_{z1}^* + \ddot{e}_{z1}^* & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{rx1} \\ F_{rx2} \\ F_{rx3} \\ F_{rx4} \\ F_{rx5} \end{bmatrix} \quad (6.33a)$$

o sistema linear dado pela equação (4.52) pode ser resolvido e os coeficientes [A] determinados. Faz-se o mesmo processo para as outras componentes de reação resultando nos coeficientes [B], [C] e [D],

$$[\dot{e}^*][B] = [F_{rz}] \quad (6.33b)$$

$$[\dot{e}^*][C] = [M_{rx}] \quad (6.33c)$$

$$[\dot{e}^*][D] = [M_{rz}] \quad (6.33d)$$

Assumindo que a cada instante de tempo o pistão esteja em equilíbrio, é necessário que

$$F_{rx} = F_{ox} = A_1 \dot{e}_{x0} + A_2 \dot{e}_{z0} + A_3 \dot{e}_{x1} + A_4 \dot{e}_{z1} + A_5 \quad (6.34a)$$

$$F_{rz} = F_{oz} = B_1 \dot{e}_{x0} + B_2 \dot{e}_{z0} + B_3 \dot{e}_{x1} + B_4 \dot{e}_{z1} + B_5 \quad (6.34b)$$

$$M_{rx} = M_{ox} = C_1 \dot{e}_{x0} + C_2 \dot{e}_{z0} + C_3 \dot{e}_{x1} + C_4 \dot{e}_{z1} + C_5 \quad (6.34c)$$

$$M_{rz} = F_{oz} = D_1 \dot{e}_{x0} + D_2 \dot{e}_{z0} + D_3 \dot{e}_{x1} + D_4 \dot{e}_{z1} + D_5 \quad (6.34d)$$

onde F_{ox} , F_{oz} , M_{ox} e M_{oz} são os componentes da força e momento associados ao carregamento imposto ao pistão, conforme ilustrado na figura 4.6.

Finalmente, os valores das componentes da velocidade radial do pistão que equilibram a carga imposta ao mancal em um dado instante de tempo podem ser determinados resolvendo o seguinte sistema linear na forma matricial,

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\ C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e}_{x0} \\ \dot{e}_{z0} \\ \dot{e}_{x1} \\ \dot{e}_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ox} - A_5 \\ F_{oz} - B_5 \\ M_{ox} - C_5 \\ M_{oz} - D_5 \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

As posições do pistão dentro da folga são então calculadas através de

$$\begin{aligned}
 e_{x0} &= e_{x0}^* + \dot{e}_{x0} \Delta t \\
 e_{x1} &= e_{x1}^* + \dot{e}_{x1} \Delta t \\
 e_{z0} &= e_{z0}^* + \dot{e}_{z0} \Delta t \\
 e_{z1} &= e_{z1}^* + \dot{e}_{z1} \Delta t
 \end{aligned} \tag{6.36}$$

Na sequência o campo de pressão é resolvido mais uma vez, para determinar os valores da capacidade de carga, vazamentos através do topo e saia do pistão, vazão mássica de insuflamento e força de atrito na folga pistão cilindro, para o instante $t + \Delta t$.

6.4 – Vazão mássica nas extremidades do pistão

O cálculo da vazão de lubrificante através da folga nas extremidades do pistão é feito analiticamente através da equação (4.41). Numericamente serão utilizadas as expressões dadas a seguir.

Vazão mássica através do topo do pistão

$$\dot{m}_{topo} = -\frac{p_{topo}}{\Re T} \sum_{i=1}^{NI} \left[\frac{h_s^3}{12\mu} \frac{p_{i,1} - p_{topo}}{\Delta\eta} + \frac{V_p h_s}{2} \right] \Delta\xi \tag{6.37}$$

Vazão mássica através da saia do pistão

$$\dot{m}_{saia} = -\frac{p_{saia}}{\Re T} \sum_{i=1}^{NI} \left[\frac{h_n^3}{12\mu} \frac{p_{saia} - p_{i,NJ}}{\Delta\eta} + \frac{V_p h_n}{2} \right] \Delta\xi \tag{6.38}$$

6.5 – Força de atrito viscoso sobre o pistão

A força de atrito viscoso sobre o pistão é dada pela equação (4.45). Numericamente ela será determinada por um somatório sobre todos os volumes do domínio, conforme a seguinte expressão,

$$F_f = -\sum_{i=1}^{NI} \sum_{j=1}^{NJ} \left(\frac{h_{i,j}}{2} \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\partial \eta} + \mu \frac{V_p}{h_{i,j}} \right) \Delta \eta \Delta \xi \quad (6.39)$$

CAPÍTULO 7

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos com o modelo desenvolvido nos capítulos precedentes. Os resultados são agrupados em duas categorias principais: resultados obtidos durante o desenvolvimento do programa de solução do mancal pneumático e resultados obtidos para o desempenho global do compressor. As discussões dos resultados serão apresentadas à medida em que os mesmos forem apresentados.

O desenvolvimento do código computacional aconteceu em várias etapas com o objetivo de aumentar o conhecimento sobre os fenômenos envolvidos e dos seus efeitos sobre a capacidade de carga do pistão. Primeiramente implementou-se a rotina para cálculo do campo de pressões na folga pistão cilindro em casos estáticos, isto é, prescrevendo-se a excentricidade do pistão e tendo como resposta a vazão insuflada e a capacidade de carga do mancal. Os parâmetros investigados foram o número e alinhamento dos orifícios de insuflamento, bem como os efeitos da malha sobre o tempo computacional e convergência dos resultados.

No desenvolvimento da segunda parte, o código computacional do mancal pneumático foi integrado como uma subrotina no programa de simulação do compressor linear, onde então pode-se observar o desempenho do mancal nas condições dinâmicas através dos vazamentos pela folga entre o pistão e o cilindro, vazão mássica de insuflamento, força de atrito, órbitas/estabilidade do pistão e sua influência sobre o desempenho do compressor linear. Os parâmetros investigados foram a folga entre o pistão e o cilindro e diâmetro dos canais de alimentação e diâmetro do pistão. O efeito das condições de operação do compressor linear sobre a órbita do pistão também foi avaliado.

7.1 – Geração da malha

Diversas configurações de orifícios de insuflamento serão testadas, contendo três ou quatro orifícios em cada seção e se estes estão alinhados ou defasados em cada linha de insuflamento.

A malha na direção circunferencial do pistão é gerada a partir da bissetriz do ângulo formado entre o que se convencionou como primeiro orifício da seção mais próxima ao

topo e o último orifício da seção mais próxima à saia do pistão, conforme ilustrado nas figuras 7.1 e 7.2.

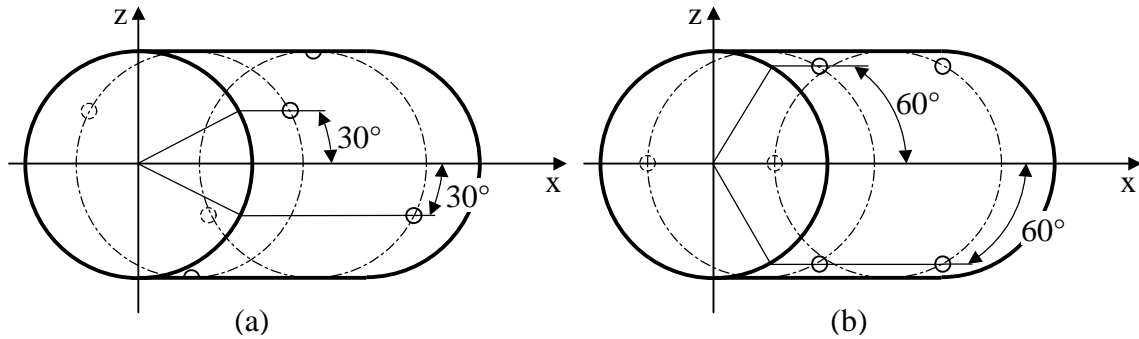


Figura 7.1 – Cilindro com três orifícios de insuflamento: (a) defasados; (b) alinhados.

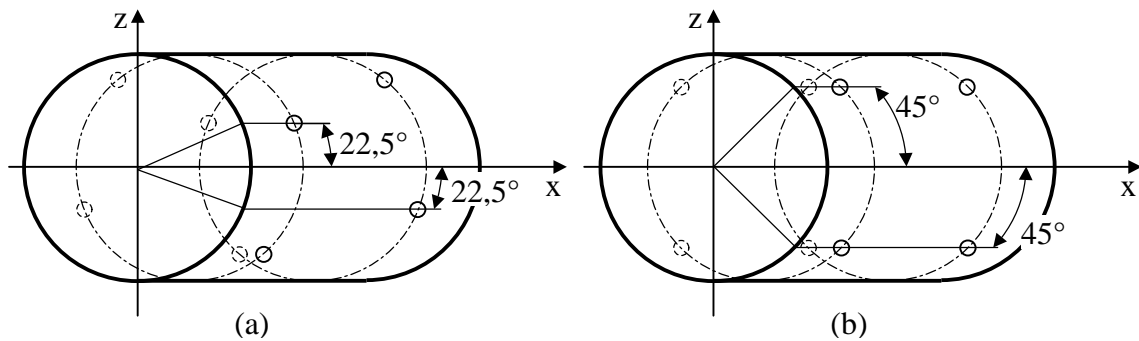


Figura 7.2 – Cilindro com quatro orifícios de insuflamento: (a) defasados; (b) alinhados.

A malha na direção axial foi dividida em 3 regiões: topo do pistão, entre orifícios e saia do pistão, conforme ilustrado nas figura 7.3 e 7.4. Os parâmetros NYT , NYM e NYS são respectivamente o número de volumes na região do topo, entre as linhas de insuflamento e na região da saia. O parâmetro M é o número de volumes entre dois orifícios na mesma seção de insuflamento.

Como o pistão se movimenta em relação ao cilindro no qual estão contidos os orifícios de insuflamento, a distância das seções de insuflamento L_1 e L_2 em relação ao topo do pistão são função da posição do pistão y_{pis} . Portanto, a malha deve ser atualizada a cada avanço de tempo da solução.

A discretização de cada orifício em um único volume de controle permite que o fluxo de massa insuflado seja modelado como um termo fonte equivalente naquele volume. Além disso, é facilitada a geração parametrizada da malha e sua atualização de acordo com a

posição do pistão em relação aos orifícios de insuflamento. O comprimento do pistão é da ordem de grandeza do comprimento do cilindro, de forma a partir de uma certa posição y_{pis} parte do pistão fica descoberto pelo cilindro, reduzindo o tamanho do domínio de solução .

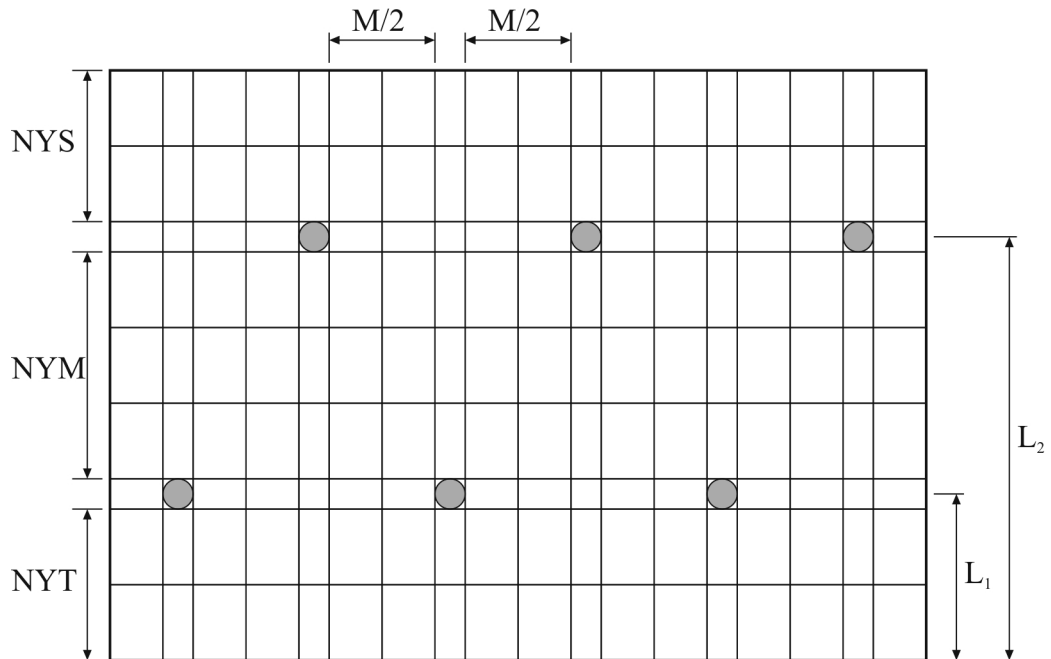


Figura 7.3 – Esquema da malha para orifícios defasados.

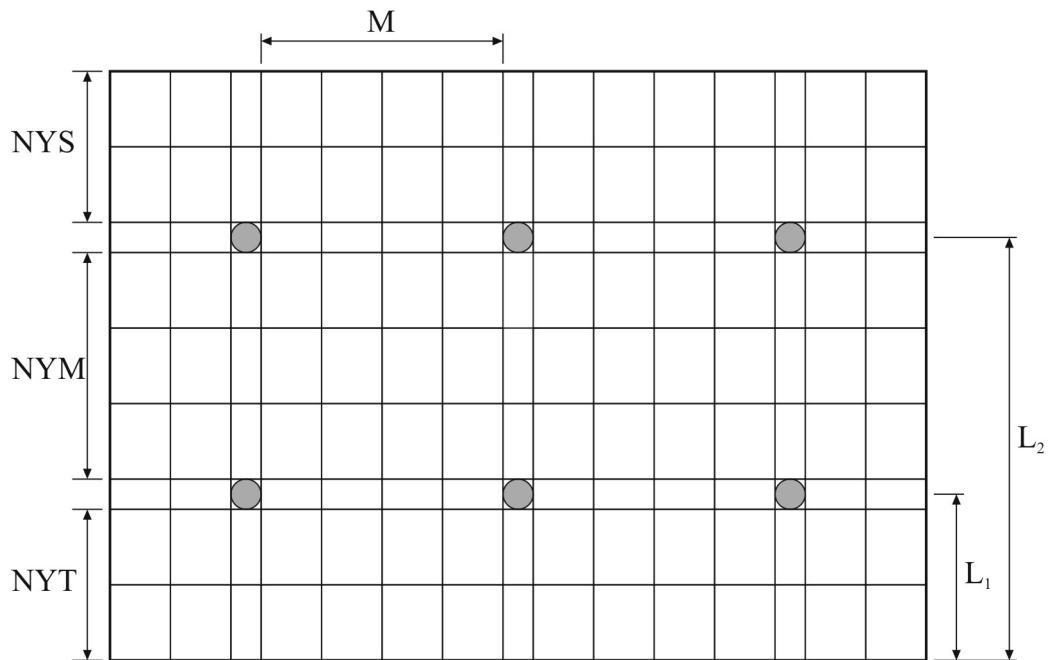


Figura 7.4 – Esquema da malha para orifícios alinhados.

7.2 – Resultados para pistão estático

Nesta etapa buscou-se entender o comportamento do modelo de lubrificação pneumática para cargas estáticas do pistão, em condições padronizadas de teste. Admite-se que as pressões no topo e na saia são iguais à pressão atmosférica e que o fluido lubrificante é o ar, com pressão de alimentação de 6 bar (manométrica). As características geométricas padrão do pistão em estudo são apresentadas na tabela 7.1. Para os cálculos o pistão está centralizado em relação ao cilindro.

Tabela 7.1 – Características geométricas do pistão do compressor linear típico.

Diâmetro / comprimento do cilindro	0,31
Comprimento do pistão / comprimento do cilindro	0,85
Número de orifícios por linha de insuflamento	3
Arranjo dos orifícios de insuflamento	defasados
Diâmetro dos orifícios de insuflamento / comprimento do cilindro	0,016
Posição da linha de insuflamento do topo / comprimento do cilindro	0,42
Posição da linha de insuflamento da saia / comprimento do cilindro	0,78
Posição do centro de massa do pistão / comprimento do pistão	0,19
Folga radial / diâmetro dos canais de alimentação	0,0438
Comprimento / diâmetro dos canais de alimentação	4.537

7.2.1 – Estudo da malha para caso estático

Para o estudo da malha para o caso do pistão pneumático estático, a distribuição dos volumes obedeceu ao esquema descrito na figura 7.3, através dos parâmetros indicados na tabela 7.2. Os resultados para a força de sustentação máxima e taxa de massa de insuflamento máxima obtidos no estudo do refino da malha para o caso típico são mostrados na tabela 7.3, juntamente com os erros percentuais em relação aos valores obtidos com a utilização da malha mais refinada (54x54).

Tabela 7.2 – Distribuição de volumes para malhas (de acordo com a figura 7.3).

<i>Malha</i>	<i>M</i>	<i>NYT</i>	<i>NYS</i>	<i>NYM</i>
18 x 18	4	6	3	7
30 x 30	8	11	6	11
42 x 42	12	15	7	18
54 x 54	16	20	8	24

Na tabela 7.3 pode ser verificado que as diferenças entre a força de sustentação máxima e a taxa de massa de insuflamento máxima encontradas com a utilização da malha 30x30 em relação a malha mais refinada (54x54) já são consideradas satisfatórias frente ao tempo computacional requerido pela utilização da malha mais refinada. Desta forma, nos demais casos simulados para o pistão do compressor linear estático será utilizada uma malha com 30x30 volumes.

Tabela 7.3 – Efeito da malha sobre a solução para pistão estático.

<i>Malha</i>	<i>Tempo Computacional</i>	<i>Força sustentação [N]</i>		<i>Taxa de massa insuflamento [kg/s]</i>	
		<i>Máxima</i>	<i>Erro</i>	<i>Máxima</i>	<i>Erro</i>
18x18	5%	49,76	-7%	$9,33 \times 10^{-6}$	-3%
30x30	12%	51,88	-3%	$9,51 \times 10^{-6}$	-1%
42x42	28%	52,97	-1%	$9,57 \times 10^{-6}$	0%
54x54	Ref.	53,46	Ref.	$9,60 \times 10^{-6}$	Ref.

7.2.2 – Comparação com resultados experimentais

Embora não tenha sido objeto desta dissertação a construção de uma bancada de testes experimentais para a validação do modelo proposto, a empresa Whirlpool S.A. – Unidade de Compressores (Embraco®) gentilmente cedeu dados experimentais sobre capacidade de sustentação de carga de um pistão semelhante ao utilizado na presente simulação em função do ângulo de aplicação da carga (Feldmann, 2007), conforme apresentado na figura 7.5. A relação entre a folga radial e o diâmetro dos canais de alimentação é 0,062 e a relação entre o comprimento e o diâmetro dos canais de alimentação é 4.084. As demais características do pistão são as mesmas descritas na tabela 7.1.

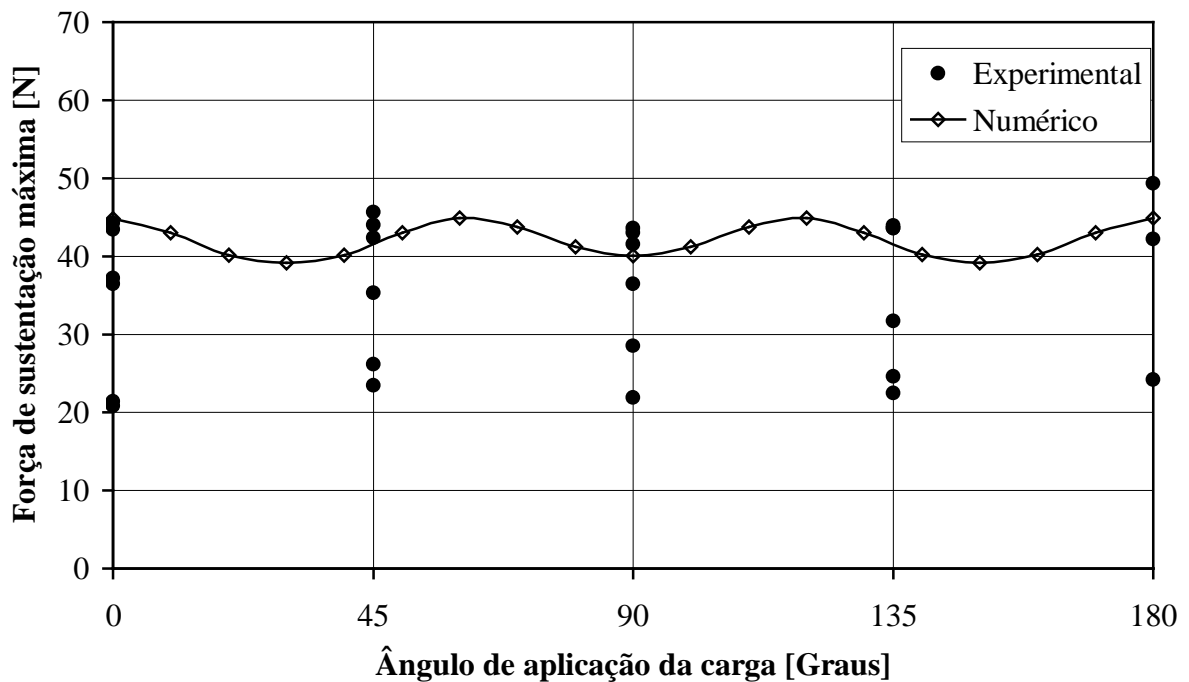


Figura 7.5 – Força de sustentação máxima – comparação com dados experimentais.

Observa-se que o modelo proposto concorda com os valores máximos medidos para a capacidade de carga do pistão. Os valores menores da capacidade de carga medidos experimentalmente podem ter sido causadas, por exemplo, pelos seguintes fatores:

- Não houve controle rigoroso sobre o eixo do pistão, de forma que este permanecesse paralelo ao eixo do cilindro (mancal alinhado) durante a aplicação da carga. Tampouco mediu-se a excentricidade durante a aplicação da carga;
- Erros de forma no pistão e no cilindro podem consumir rapidamente a folga, levando a capacidades de carga menores;
- Canais de alimentação com vazão de insuflamento desigual devido as tolerâncias de usinagem.

7.2.3 – Influência da folga radial

Um mancal aerostático com canais de alimentação autocompensadores funciona sob o princípio de diferença de pressões entre os orifícios de insuflamento. Sem carga, o mancal permanece centralizado e na saída dos orifícios de insuflamento as pressões são iguais, assim como a vazão mássica de insuflamento. À medida que o mancal é carregado

radialmente, o eixo se desloca no sentido da carga, diminuindo a folga radial. Os orifícios localizados na região de menor folga apresentam um aumento da restrição ao escoamento, diminuindo a vazão nos canais. Com a diminuição da vazão, ocorre um aumento da pressão na saída do orifício. Na região em que há aumento da folga radial ocorre o contrário, isto é, diminui a restrição ao escoamento pela folga, aumentando a vazão mássica de insuflamento e diminuindo a pressão na saída dos orifícios. Desta forma se estabelece um campo de pressão assimétrico em torno do eixo, que gera uma força capaz de anular a carga imposta ao mancal.

Sabidamente a folga radial é um dos parâmetros de projeto com maior influência sobre a capacidade de carga de um mancal. Para o pistão aerostático isso não é diferente, conforme pode ser verificado na figura 7.6.

Espera-se que o pistão normalmente apresente um aumento da capacidade de carga com a redução da folga. Para a presente configuração isto acontece até a folga radial de $3,0\ \mu\text{m}$, onde a força de sustentação máxima apresenta seu maior valor, passando a decrescer com a diminuição da folga radial. O decréscimo da força de sustentação para folgas radiais pequenas pode estar ligado ao dimensionamento dos canais de alimentação, cujo efeito será explorado na próxima seção.

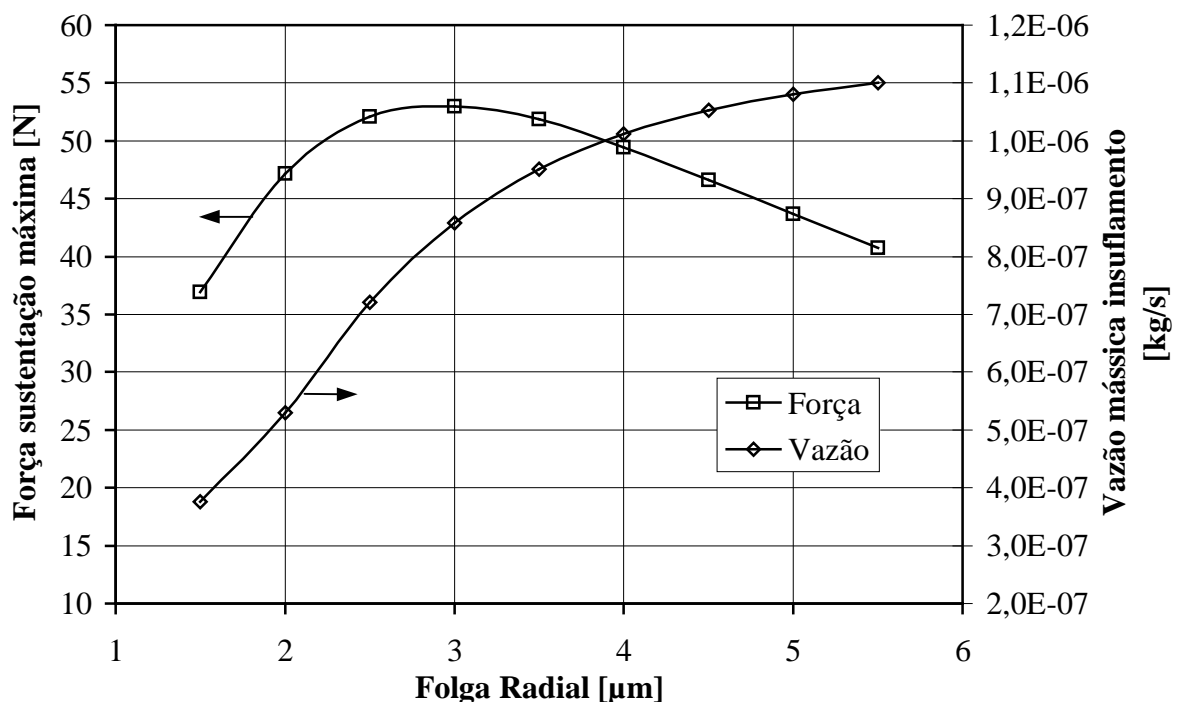


Figura 7.6 – Influência da folga radial pistão cilindro sobre a capacidade de carga.

Pode-se dizer que há uma folga radial ótima, entre $2,5$ e $3,5\ \mu\text{m}$, para a configuração de canais típica. Nessa faixa de folgas radiais o pistão apresenta as maiores

capacidades de carga, sem que haja um insuflamento excessivo de fluido. A vazão mássica de insuflamento sempre aumenta com o aumento da folga radial.

Vale lembrar que os efeitos dinâmicos não foram levados em conta nesta análise, e que este estudo será repetido novamente para o pistão se movimentando e submetido às cargas e condições de operação.

7.2.4 – Influência do diâmetro dos canais de alimentação

A importância do correto dimensionamento dos canais de alimentação para uma determinada folga do mancal pneumático é ilustrada através na figura 7.7. Para uma dada folga, a força de sustentação máxima depende do diâmetro dos canais e se pode obter praticamente os mesmos níveis de força de sustentação escolhendo-se o diâmetro do canal mais adequado. De uma forma geral, folgas radiais maiores necessitam de canais com maior diâmetro para obter o máximo desempenho.

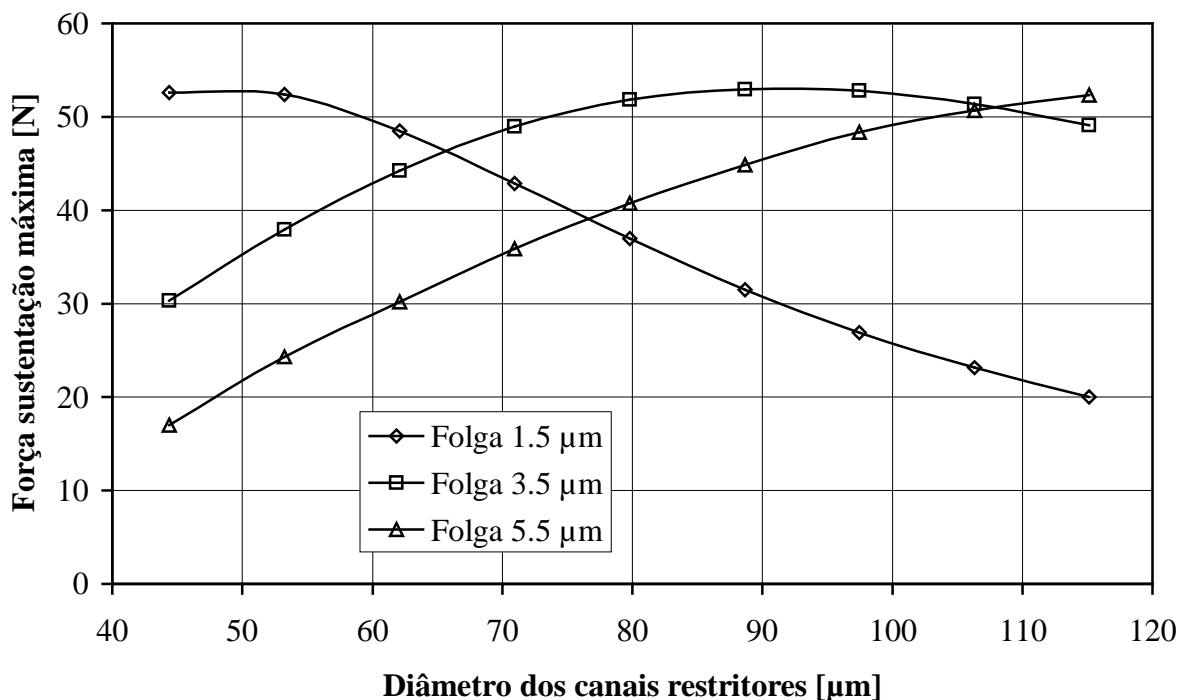


Figura 7.7 – Influência do diâmetro dos canais de alimentação sobre a capacidade de carga, para várias folgas radiais

Para uma dada folga, quando os canais de alimentação estão subdimensionados não se consegue gerar níveis de pressão adequados, mesmo com o aumento da carga sobre o

pistão. Pode-se dizer que o fator limitante é a perda de carga do canal. Quando os canais de alimentação estão superdimensionados o mecanismo de autocompensão se torna deficiente e, mesmo com a movimentação do pistão dentro do cilindro, a pressão nos orifícios na região onde há aumento da folga radial não cai a níveis suficientes para estabelecer uma força resultante elevada. Pode-se dizer que neste caso o fator limitante é a perda de carga na folga radial.

Do ponto de vista de consumo de fluido lubrificante é mais interessante o emprego de folgas menores e, conseqüentemente, canais de alimentação de menor diâmetro, visto que a vazão mássica de insuflamento apresenta um aumento acentuado com a folga e o diâmetro dos canais, conforme ilustrado na figura 7.8.

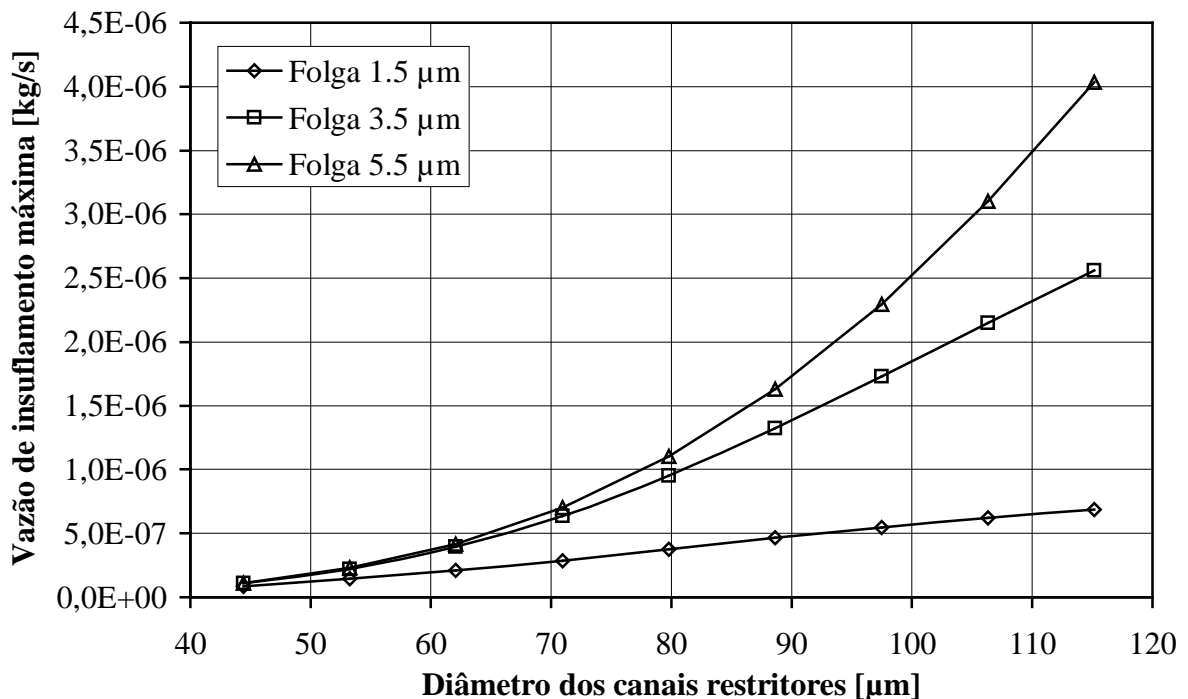


Figura 7.8 – Influência do diâmetro dos canais de alimentação sobre a vazão mássica de insuflamento, para várias folgas radiais.

7.2.5 – Influência do arranjo dos orifícios de insuflamento

Outro fator de interesse no projeto do mancal do pistão é o número e a configuração dos orifícios de insuflamento. Na figura 7.9 é mostrado o efeito do alinhamento ou não dos orifícios, bem como do número de orifícios circunferenciais sobre a força de

sustentação do pistão em função do ângulo de aplicação do carregamento θ , definido na figura 4.6 como o ângulo entre o sentido da força de carregamento e eixo x positivo.

Na tabela 7.4 apresenta-se o consumo de gás insuflado para cada arranjo de orifícios estudado. O aumento de 3 para 4 orifícios de insuflamento por seção proporciona um aumento da capacidade de carga do mancal de aproximadamente 20%, às custas de um aumento de 30% na vazão mássica de insuflamento. Por razões de espaço disponível para as ranhuras helicoidais conforme ilustrado na figura 4.8, é muito difícil a utilização de 5 ou mais orifícios por seção.

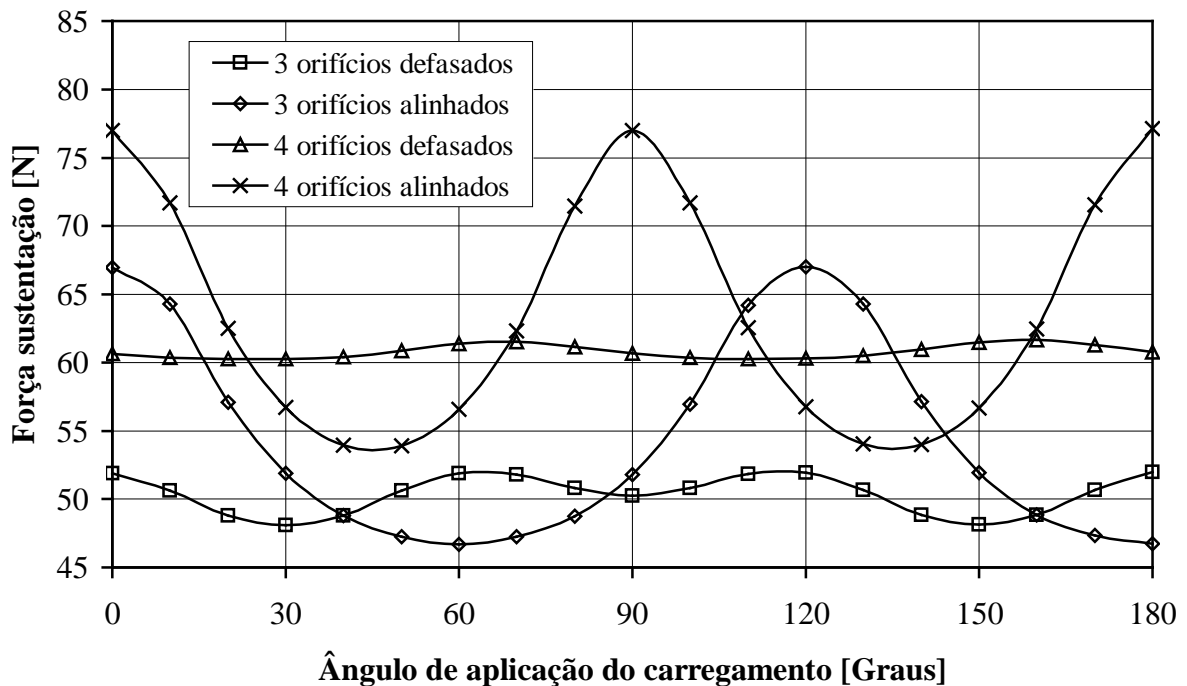


Figura 7.9 – Influência do arranjo de orifícios sobre a força de sustentação em função do ângulo de aplicação do carregamento.

Tabela 7.4 – Efeito do arranjo e quantidade de orifícios de insuflamento sobre vazão de insuflamento e força de sustentação média.

<i>Arranjo orifícios de insuflamento</i>	<i>Vazão mássica insuflamento [kg/s]</i>	<i>Força de sustentação máxima média [N]</i>
3 orifícios defasados	$9,509 \times 10^{-7}$	50,4
3 orifícios alinhados	$9,503 \times 10^{-7}$	54,5
4 orifícios defasados	$1,237 \times 10^{-6}$	60,8
4 orifícios alinhados	$1,236 \times 10^{-6}$	63,7

Orifícios de insuflamento defasados proporcionam uma força de sustentação do pistão mais uniforme em relação ao ângulo de aplicação do carregamento, praticamente independente deste. Orifícios de insuflamento alinhados proporcionam uma grande força de sustentação quando o carregamento é aplicado na bissetriz dos ângulo formados pelas linhas axiais de insuflamento, mas uma força de sustentação bem menor quando o carregamento é aplicado diretamente sobre uma linha axial de insuflamento.

7.3 – Resultados para compressor linear

A segunda etapa do desenvolvimento do código computacional consistiu em implementar as rotinas para a movimentação do pistão incluindo os efeitos cunha e de filme espremido. O código computacional foi preparado de forma a receber como parâmetros de entrada as condições de pressão no topo e na saia do pistão e entrada dos canais de alimentação, velocidade e posição do pistão, bem como o carregamento em função da posição. A simulação do pistão foi então acoplada ao código de simulação do compressor linear, de forma a determinar a vazão mássica de insuflamento, o vazamento pelo topo e pela saia do pistão, bem como a órbita do pistão no interior do cilindro.

Adicionalmente às características geométricas mencionadas na tabela 7.1, definiu-se como o compressor linear padrão para comparação aquele contendo as características da tabela 7.5.

Tabela 7.5 – Características físicas do compressor linear.

Relação massa cilindro / massa pistão	13
Relação rigidez mola ressonante / mola suspensão	48×10^3
Relação in-stop / comprimento do cilindro	0,1223
Temperatura de evaporação [°C]	-23,3
Temperatura de condensação [°C]	54,4
Fluido refrigerante	R134a
Vazão mássica bombeada [kg/s]	$1,464 \times 10^{-3}$

A carga imposta ao pistão foi determinada pela empresa Whirlpool S.A. – Unidade Compressores em função de erros de alinhamentos dos componentes. Admite-se uma carga de amplitude de 20 N aplicada ao pistão em um ângulo de 30° e a amplitude do

momento associado a esta carga de 0.5 N.m. A carga depende da posição axial do pistão de acordo com a função linear representada na figura 7.10. Considera-se que o pistão está alinhado com o cilindro na posição média do curso, não havendo carregamento sobre o pistão.

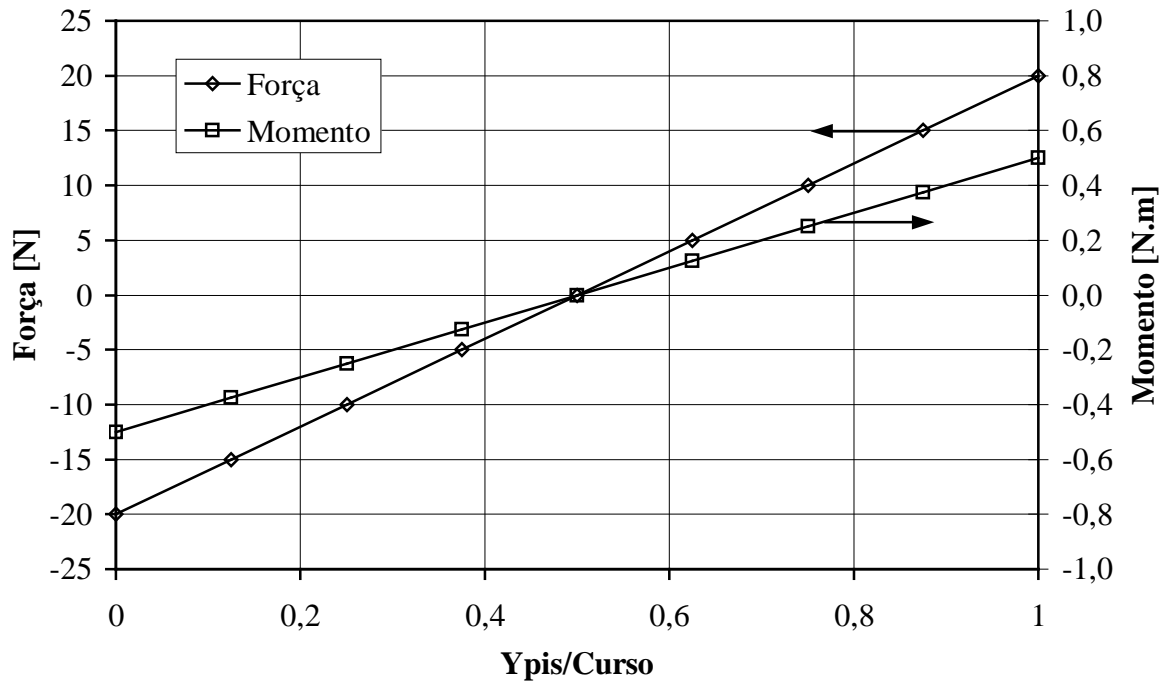


Figura 7.10 – Carregamento sobre o pistão do compressor linear em função da posição do pistão.

7.3.1 – Estudo da malha

Realizou-se um novo estudo da malha para a condição de funcionamento real do pistão, uma vez que os gradientes de pressão existentes no domínio devem se apresentar bem maiores, em virtude da pressão na câmara de descarga (topo do pistão) ser variável.

Para o estudo do refino da malha adotou-se um passo de tempo na solução de 1/400 do período de oscilação do compressor, realizando-se um total de 6 ciclos para obter a convergência da órbita.

A distribuição de volumes obedeceu aos mesmos parâmetros descritos na tabela 7.2. e os resultados obtidos no estudo do refino da malha para um caso típico são mostrados na tabela 7.6. Foram considerados grandezas de interesse a órbita do pistão, representado pela excentricidade máxima do topo e saia do pistão e a vazão mássica de insuflamento. Os erros percentuais e o tempo computacional são apresentados em relação aos resultados com a malha mais refinada.

Os valores de excentricidade do pistão serão adimensionalizados pela folga radial média, através da expressão $\varepsilon = e/c$.

Tabela 7.6 – Efeito da malha sobre algumas grandezas de interesse.

Malha	Tempo Computacional	ε_{topo}		ε_{saia}		Vazão mássica Insuflamento [kg/s]	
		Máx.	Erro	Máx.	Erro	Médio	Erro
18x18	5%	0,1599	-15,7%	0,1111	-21,6%	$4,696 \times 10^{-6}$	-1,1%
30x30	12%	0,1815	-4,4%	0,1343	-5,2%	$4,730 \times 10^{-6}$	-0,4%
42x42	33%	0,1854	-2,3%	0,1385	-2,3%	$4,740 \times 10^{-6}$	-0,2%
54x54	Ref.	0,1898	Ref.	0,1418	0,0%	$4,748 \times 10^{-6}$	Ref.

Em função do compromisso existente entre precisão da variáveis de interesse e tempo computacional, decidiu-se utilizar malhas de 42x42 para o restante dos casos simulados no presente estudo. Se a variável de interesse fosse somente a vazão mássica de insuflamento a malha de 18x18 volumes já poderia ser considerada suficiente para a análise.

Nas figuras 7.11 a 7.13 são apresentados as excentricidades do topo e saia do pistão e a taxa de massa insuflada respectivamente, ao longo de um período de oscilação do compressor para diferentes malhas computacionais. O ponto correspondente ao PMI ocorre para $t = 0$.

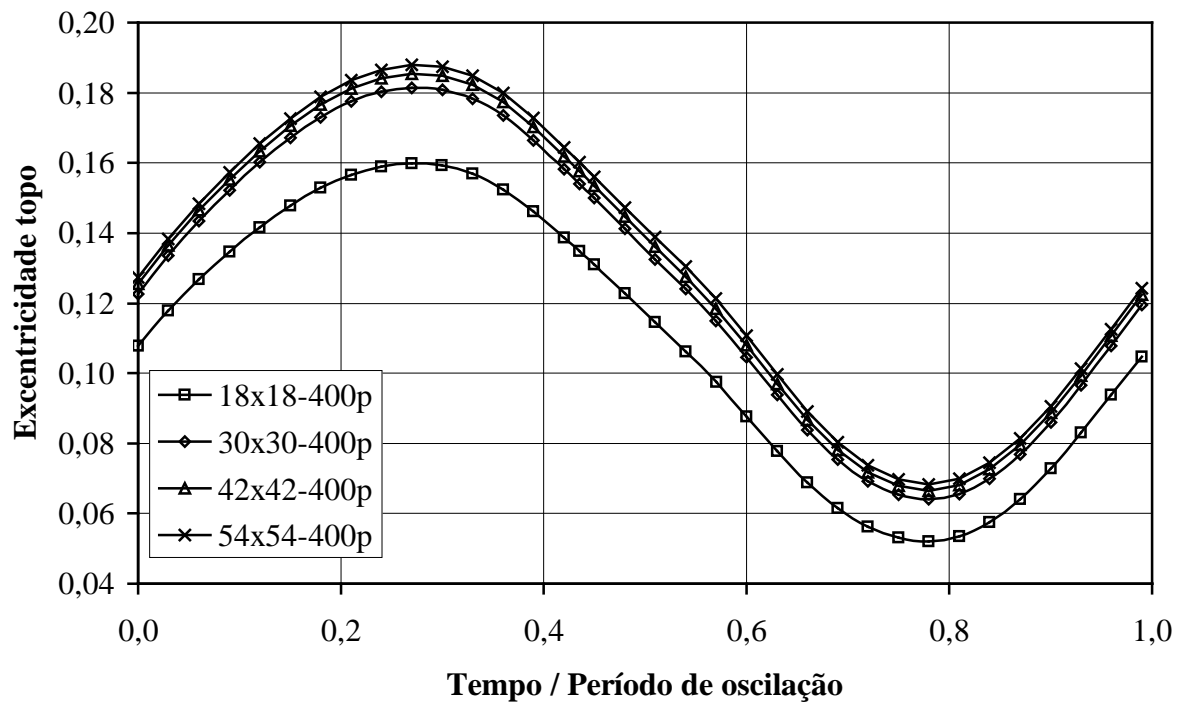


Figura 7.11 – Efeito da malha na excentricidade do topo ao longo de um ciclo de compressão.

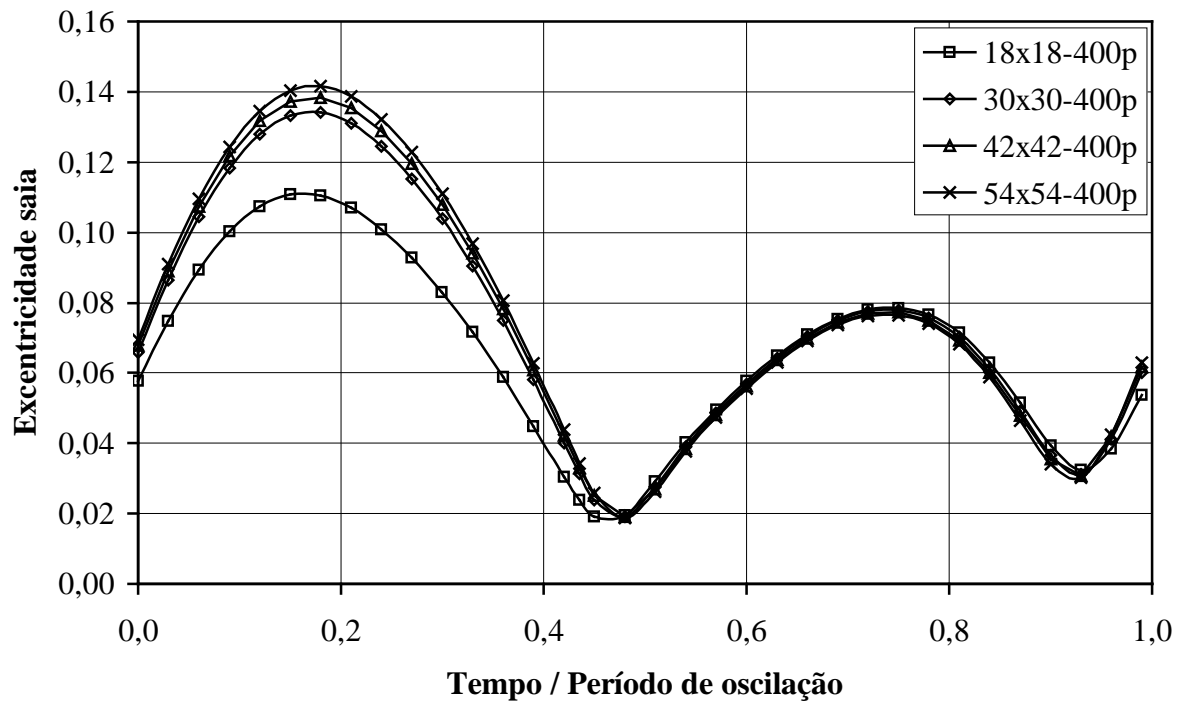


Figura 7.12 – Efeito da malha na excentricidade da saia ao longo de um ciclo de compressão.

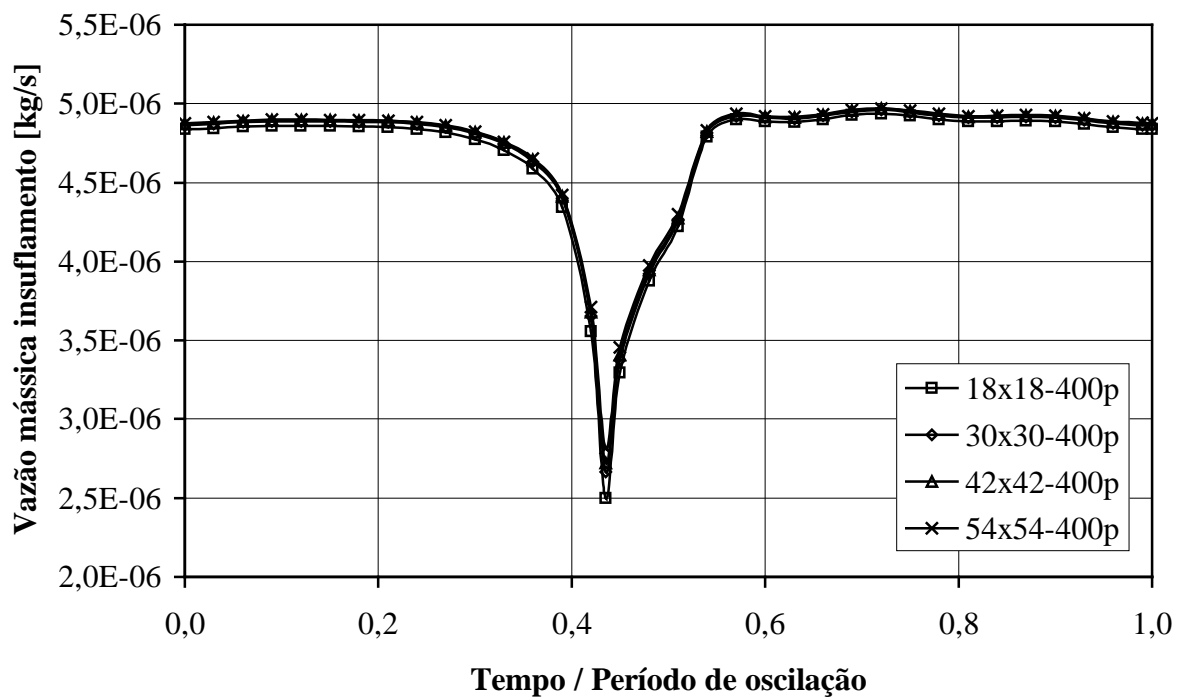


Figura 7.13 – Efeito da malha na vazão mássica de insuflamento ao longo de um ciclo de compressão.

Nas figuras 7.14 e 7.15 é apresentada a malha escolhida para as posições do pistão correspondentes ao ponto morto inferior e ponto morto superior, respectivamente.

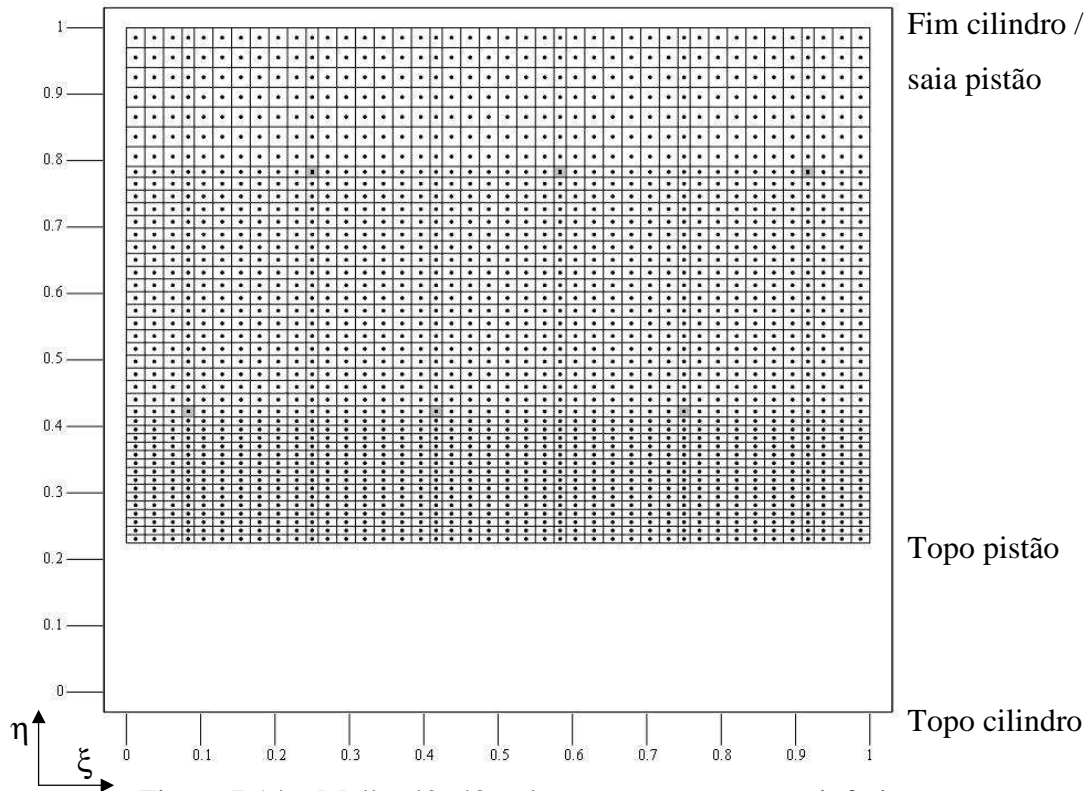


Figura 7.14 – Malha 42x42 volumes no ponto morto inferior.

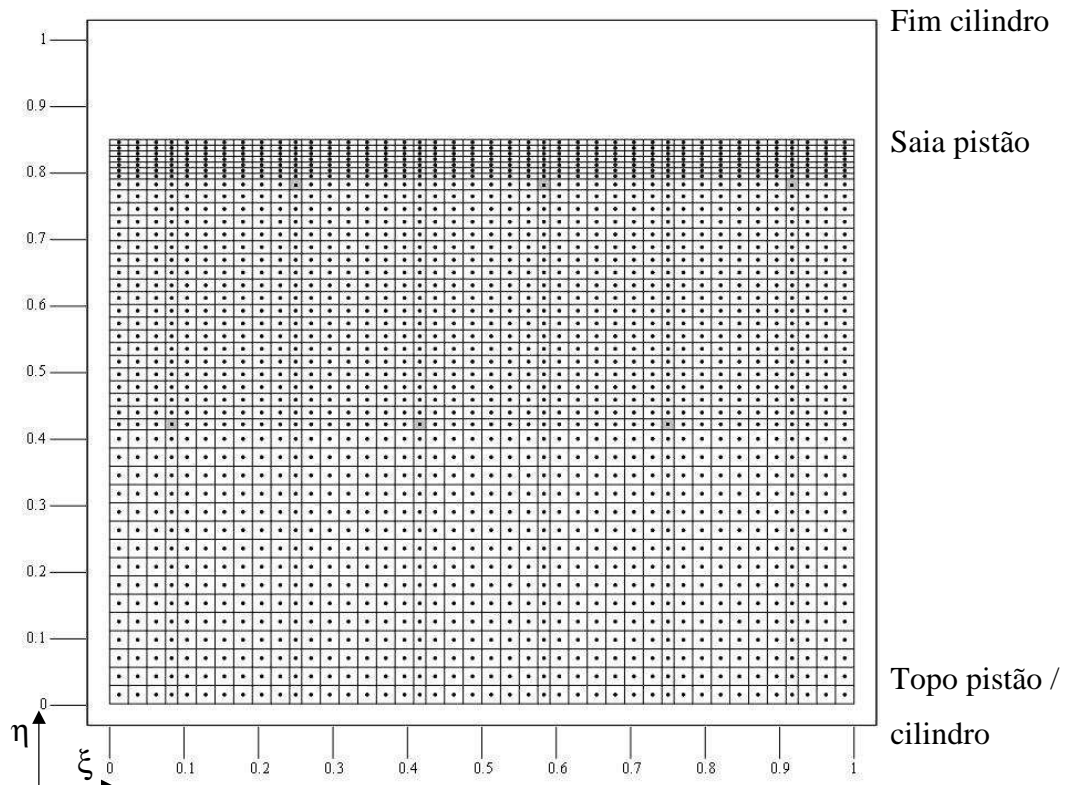


Figura 7.15 – Malha 42x42 volumes no ponto morto superior.

7.3.2 – Avaliação do intervalo de tempo

Outro fator importante para a otimização do desempenho do código computacional é a avaliação do intervalo de tempo mais adequado para o avanço na posição do pistão. Esse intervalo deve ser o maior possível sem que haja comprometimento da qualidade da solução. De forma a avaliar diferentes intervalos de tempo, definiu-se um número de divisões do período (T) de oscilação do compressor, conforme apresentado na tabela 7.7. Para todos os casos, utilizou-se uma malha 42x42, conforme discutido no item 7.4.1.

Tabela 7.7 – Efeito do intervalo de tempo sobre algumas grandezas de interesse.

Δt	<i>Tempo Computacional</i>	ε_{topo}		ε_{saia}		<i>Vazão mássica Insuflamento [kg/s]</i>	
		<i>Máx.</i>	<i>Erro</i>	<i>Máx.</i>	<i>Erro</i>	<i>Médio</i>	<i>Erro</i>
T/150	1,00	0,1864	0,52%	0,1386	0,06%	$4,739 \times 10^{-6}$	-0,02%
T/200	1,37	0,1859	0,23%	0,1387	0,10%	$4,740 \times 10^{-6}$	<-0,01%
T/400	2,58	0,1854	<0,01%	0,1385	-0,01%	$4,740 \times 10^{-6}$	<-0,01%
T/600	3,67	0,1854	Ref.	0,1386	Ref.	$4,740 \times 10^{-6}$	Ref.

Para intervalos de tempo maiores que T/150 a solução não convergiu. Tendo em vista que os resultados diferem pouco entre si, mesmo o menor intervalo de tempo poderia ser utilizado, mas procurando um intervalo de tempo mais seguro para a convergência em todos os casos, decidiu-se utilizar aquele correspondente a T/200 divisões do período de oscilação do compressor. No Apêndice 2 são apresentados os campos de pressão para alguns instantes ao longo do ciclo do compressor.

7.3.3 – Resultados para o compressor linear

Após a definição da malha e do intervalo de tempo computacional, fez-se uma análise dos resultados gerados pelo programa de simulação do compressor, considerando os dados para a dinâmica do pistão e atuador linear, o sistema de válvulas de sucção e descarga e os parâmetros acústicos.

O diagrama PxV obtido é apresentado na figura 7.16. Pode-se observar claramente a da perda de potência na descarga (área do diagrama PxV acima da pressão de descarga) e também o refluxo de refrigerante no final do processo de descarga.

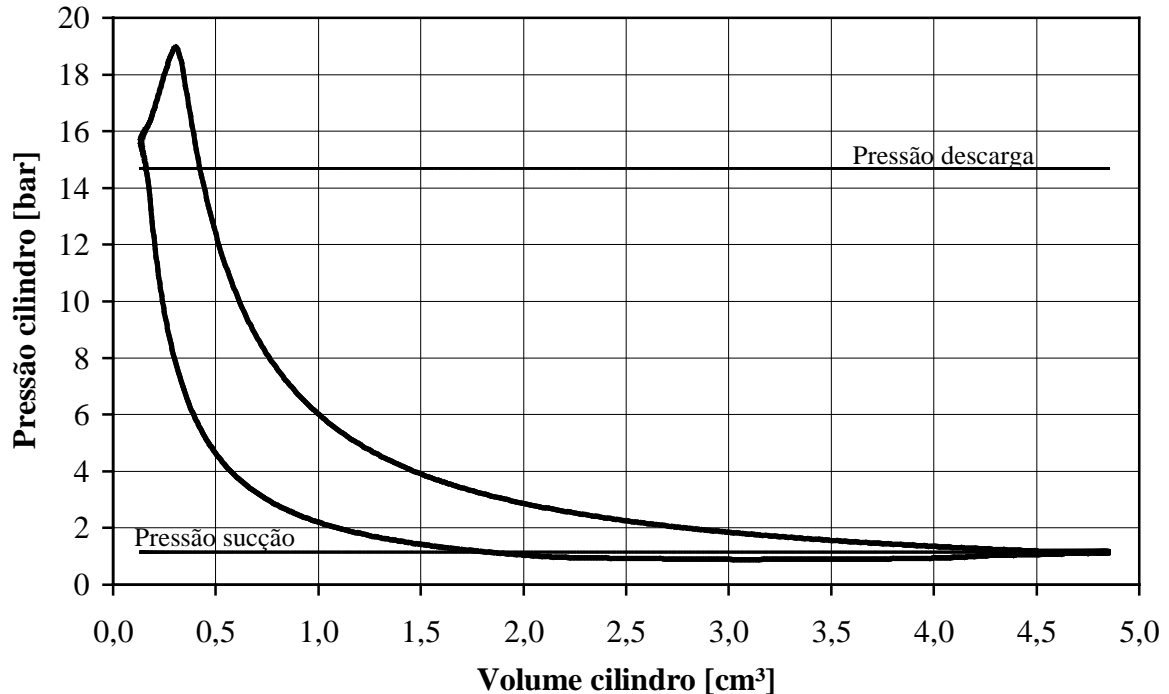


Figura 7.16 – Diagrama PxV para o compressor linear.

Uma outra forma de se observar os refluxos é através de um diagrama que mostre a massa no cilindro *vs* volume deslocado, conforme ilustrado na figura 7.17. As linhas paralelas mostram os processos de compressão e expansão e as linhas inclinadas mostram os processos de sucção e descarga. Pode-se observar o refluxo tanto na válvula de sucção como na válvula de descarga, cuja redução pode ser obtida com o correto dimensionamento das válvulas e geometria dos orifícios.

Gráficos referentes às pulsações de sucção e de descarga em conjunto com os movimentos das respectivas válvulas são mostrados nas figuras 7.18 e 7.19

As perdas associadas ao mancal pneumático são decorrentes do vazamento pela folga entre o pistão e o cilindro, desvio de massa da descarga para insuflamento no mancal do pistão e atrito viscoso na folga entre o pistão e o cilindro, conforme apresentado na tabela 7.8. Na comparação com as outras perdas existentes no compressor linear pode-se dizer que estas são desprezáveis e se a órbita do pistão permanecer estável em outras condições de operação do compressor pode-se dizer que o projeto está adequado.

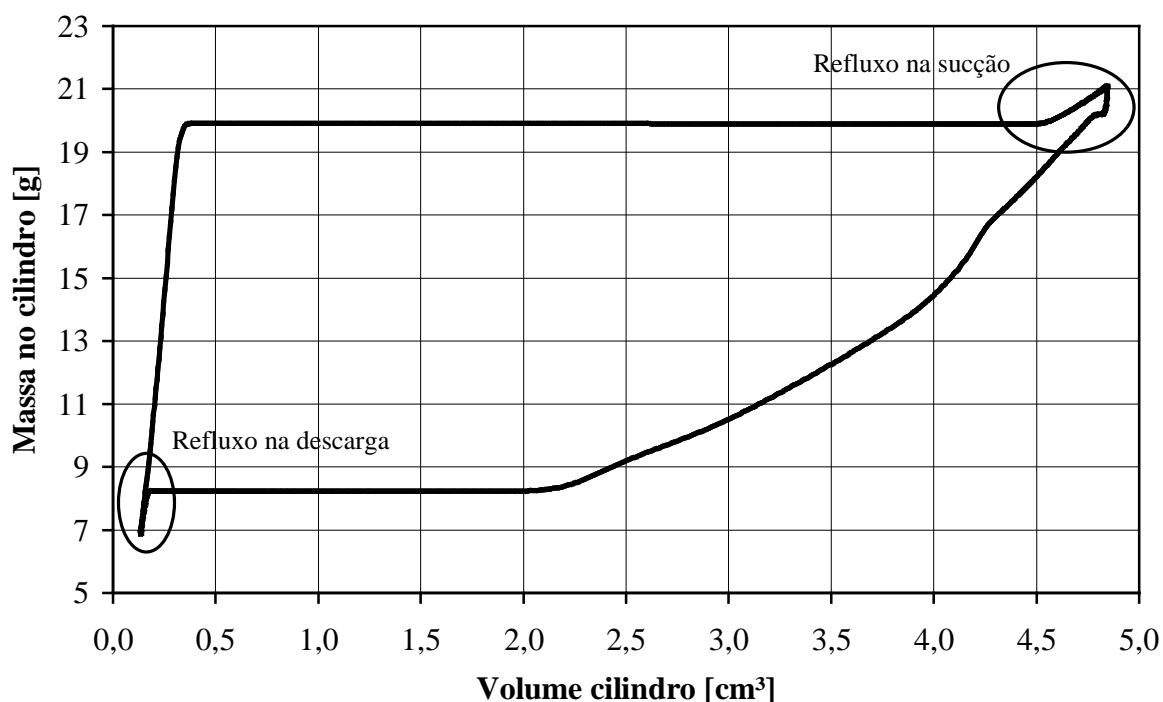


Figura 7.17 – Diagrama Massa x Volume para o compressor linear.

Tabela 7.8 – Perdas para o compressor linear.

<i>Perdas na vazão mássica¹</i>		<i>Perdas de energia²</i>	
Volume morto politrópico	56,6%	Perda no ciclo	20,9%
Aquecimento cilindro	16,3%	Perda no atuador linear	8,7%
Refluxo descarga	11,6%	Perda na descarga	6,2%
Refluxo sucção	10,7%	Perda na sucção	4,8%
Insuflamento	0,3%	Perda na folga	0,1%
Vazamento folga	0,3%		

¹ Perdas na vazão mássica em relação à vazão de mássica real do compressor.

² Perdas de energia em relação ao consumo total do compressor.

Normalmente, nos pistões com mancais a óleo, a relação entre o comprimento e o diâmetro do pistão é da ordem de 1:1 ou até menor, enquanto que nos pistões com mancais pneumáticos essa relação pode ser da ordem de 2,5:1, garantindo um comprimento de vedação muito maior, sem que o consumo de potência por atrito seja proibitivo.

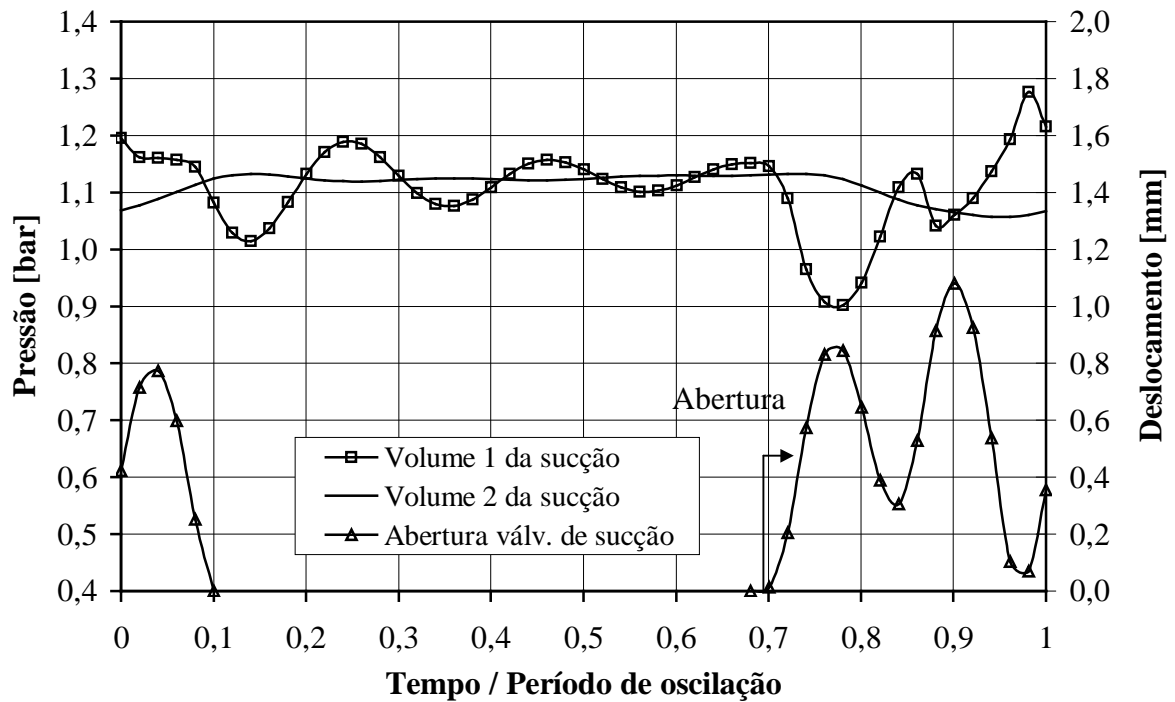


Figura 7.18 – Pulsação de pressão no sistema de sucção e movimento da válvula para o compressor linear.

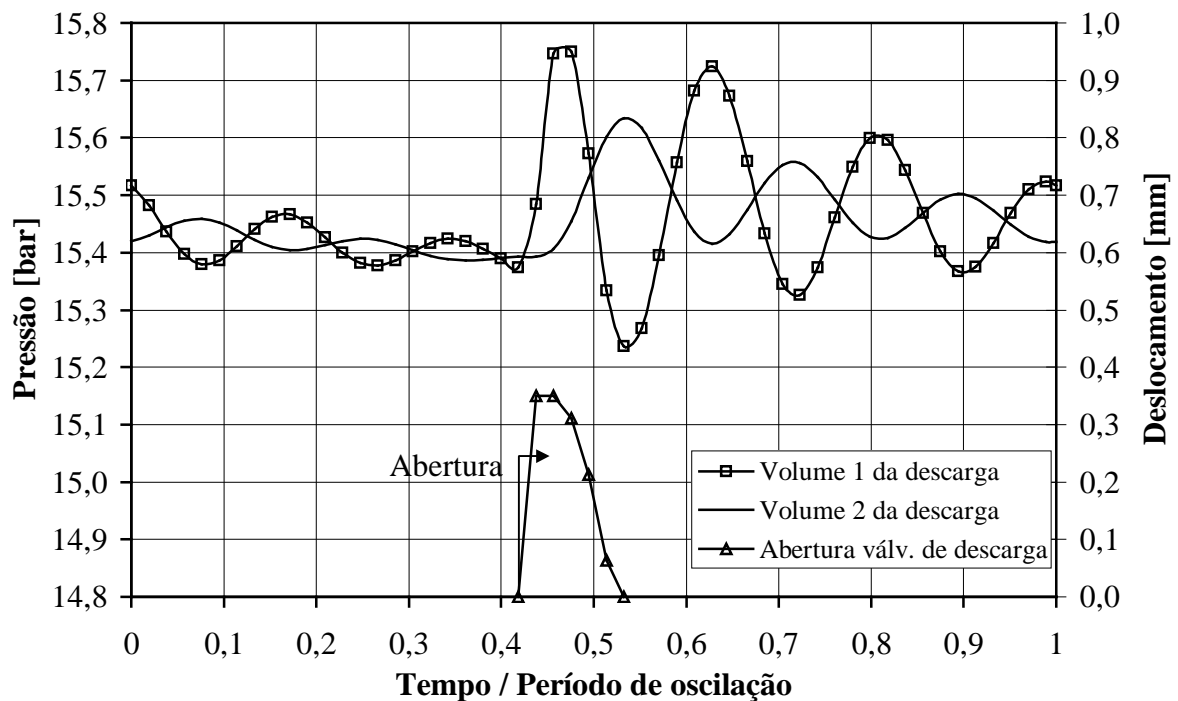


Figura 7.19 – Pulsação de pressão no sistema de descarga e movimento da válvula para o compressor linear.

7.3.4 – Efeito da condição de operação.

O funcionamento do pistão pneumático no compressor linear está diretamente associado à pressão de insuflamento e portanto é importante investigar se em outras condições de pressão de condensação a estabilidade do pistão está garantida. Através do código numérico são analisadas outras condições de operação, conforme descrito na tabela 7.9. Em todos os casos, o carregamento imposto foi o mesmo, pois entende-se que ele não depende das condições de operação mas sim de erros de fabricação dos componentes e alinhamento durante a montagem.

Os resultados referentes às excentricidades máximas são resumidos na tabela 7.9 e as respectivas órbitas nas figuras 7.20 e 7.21. De uma forma geral, pode-se dizer que as condições de baixa temperatura de condensação são mais críticas para o pistão pneumático, em virtude da menor pressão de alimentação. Mesmo para o caso mais crítico, com temperaturas de condensação baixas, a excentricidade máxima do pistão ainda está dentro de limites aceitáveis.

Tabela 7.9 – Condições de operação do compressor.

<i>Condição</i>	<i>Temperatura de evaporação (°C)</i>	<i>Temperatura de condensação (°C)</i>	<i>Temperatura da parede do cilindro (°C)</i>	<i>$\varepsilon_{\text{topo}}$ máxima</i>	<i>$\varepsilon_{\text{saia}}$ máxima</i>	<i>Vazão mássica de insuflamento [kg/s]</i>
1	-23,3	10,0	70	0,3238	0,1866	1,3895E-6
2	-23,3	21,1	75	0,2728	0,1753	1,9537E-6
3	-23,3	40,5	85	0,2168	0,1585	3,3502E-6
4	-23,3	54,4	90	0,1859	0,1387	4,7404E-6
5	-10,0	70,0	110	0,1794	0,1654	6,7970E-6

O efeito da temperatura de condensação é mais pronunciado na excentricidade do topo pistão do que na excentricidade da saia do pistão, exatamente porque a pressão de descarga afetar diretamente na pressão máxima durante o processo de compressão no cilindro.

Na figura 7.22 é mostrado o efeito das condições de operação sobre o insuflamento de massa de refrigerante na folga entre o pistão e o cilindro. Com baixas temperaturas de condensação, o pico de sobrepressão do diagrama PxV é mais arredondado e de menor amplitude, conforme indicado na figura 7.23. O insuflamento de massa segue um perfil similar ao pico do diagrama pressão no cilindro vs tempo, mas invertido, isto é, o

insuflamento de massa diminui nos orifícios à medida que a pressão da câmara de compressão aumenta porque diminui a diferença de pressão entre o orifício e a sua alimentação.

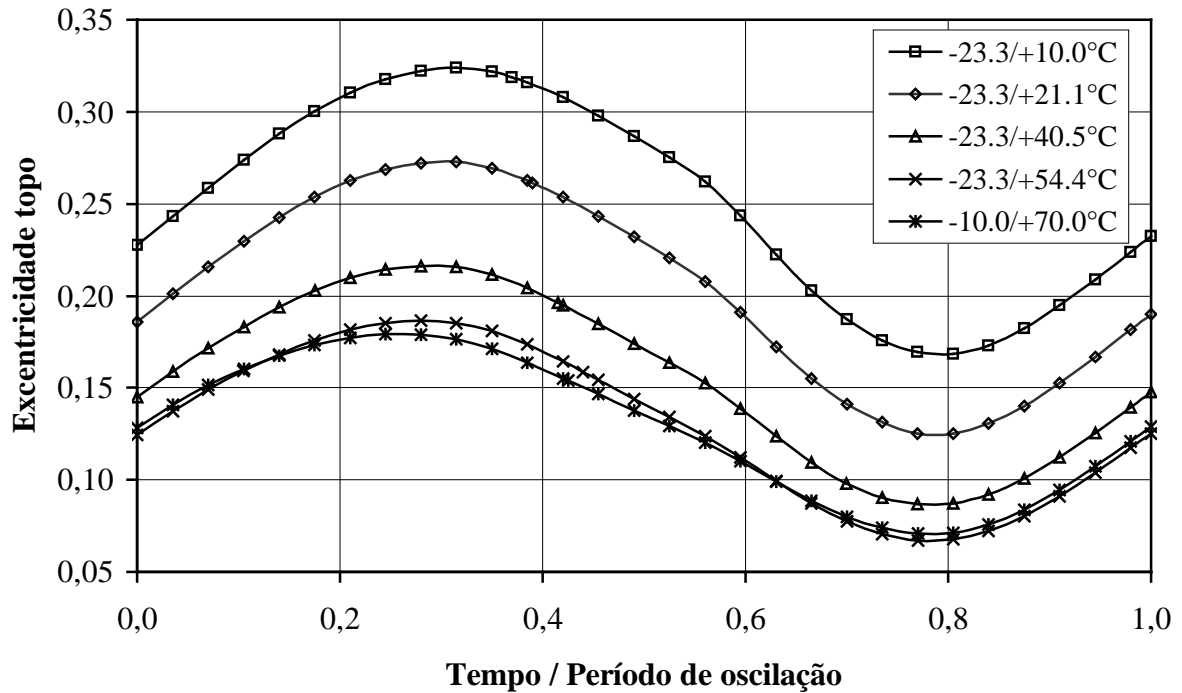


Figura 7.20 – Excentricidade do topo do pistão ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação.

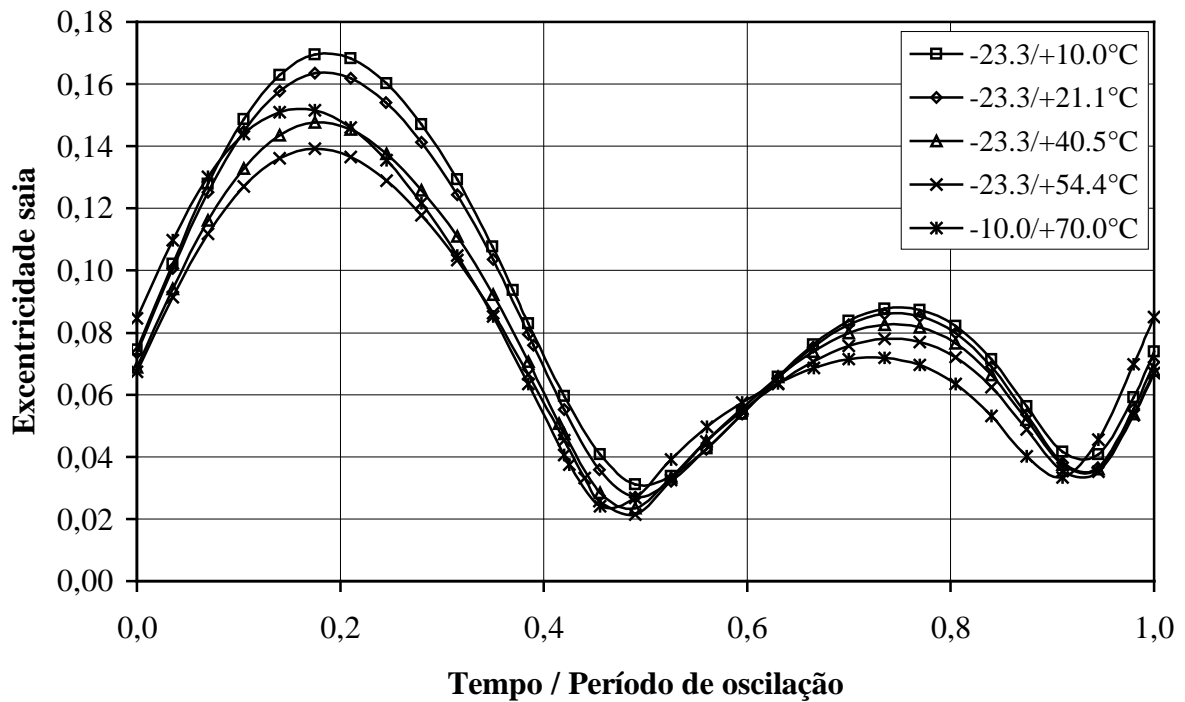


Figura 7.21 – Excentricidade da saia do pistão ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação.

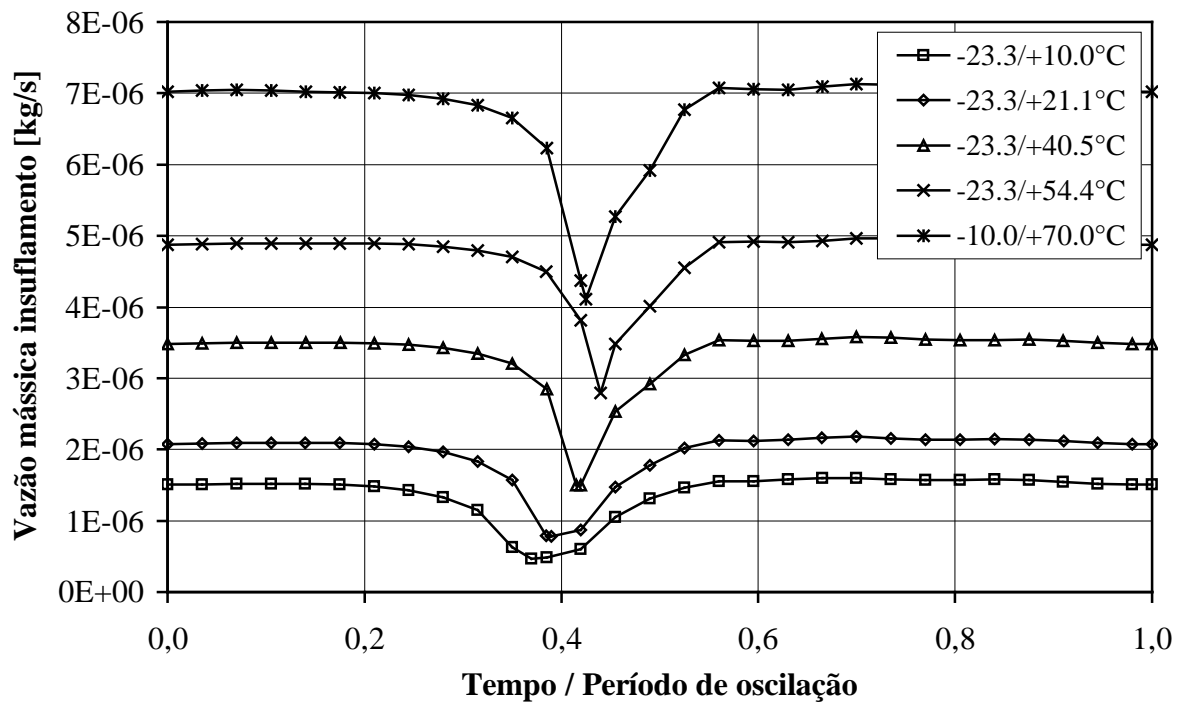


Figura 7.22 – Insuflamento de refrigerante no pistão ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação.

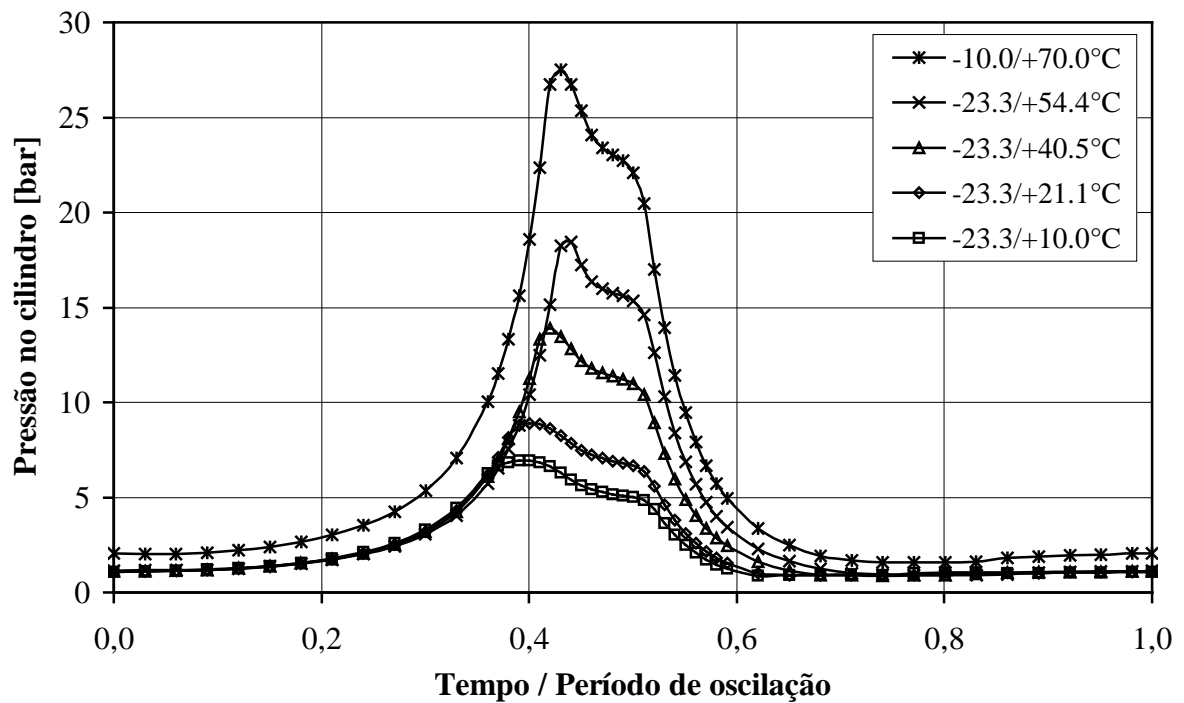


Figura 7.23 – Pressão no cilindro ao longo do ciclo de deslocamento, para várias condições de operação.

7.3.5 – Efeito da folga radial.

Espera-se que o aumento da folga radial seja prejudicial ao compressor, tanto em relação ao desempenho quanto à estabilidade do mancal. O compressor linear foi simulado com diversas folgas entre o pistão e o cilindro, dentro de limites razoáveis para a sua manufatura, conforme descrito na tabela 7.10.

Tabela 7.10 – Efeito da folga sobre a estabilidade dinâmica do mancal.

Folga radial [μm]	$\varepsilon_{\text{topo}}$ máxima	$\varepsilon_{\text{saia}}$ máxima	Vazão de insuflamento [kg/s]	Perda Insufl. ¹ %	Vazamento topo [kg/s]	Perda Vaz. ¹ %
2,5	0,1138	0,0860	$4,441 \times 10^{-6}$	0,31%	$2,249 \times 10^{-6}$	0,19%
3,5	0,1859	0,1387	$4,740 \times 10^{-6}$	0,33%	$9,212 \times 10^{-6}$	0,26%
4,5	0,2853	0,2262	$4,844 \times 10^{-6}$	0,33%	$6,231 \times 10^{-6}$	0,43%
5,5	0,4236	0,3405	$4,886 \times 10^{-6}$	0,34%	$1,015 \times 10^{-5}$	0,70%
6,5	0,6128	0,4658	$4,897 \times 10^{-6}$	0,34%	$1,686 \times 10^{-5}$	1,16%

¹ Perdas relativas à vazão mássica real do compressor linear.

A estabilidade do mancal é muito afetada pelo aumento da folga. Nas figuras 7.24 e 7.25 são apresentadas as órbitas do pistão para várias folgas radiais e, conforme se pode observar, o comportamento da saia torna-se bastante instável para folgas radiais maiores.

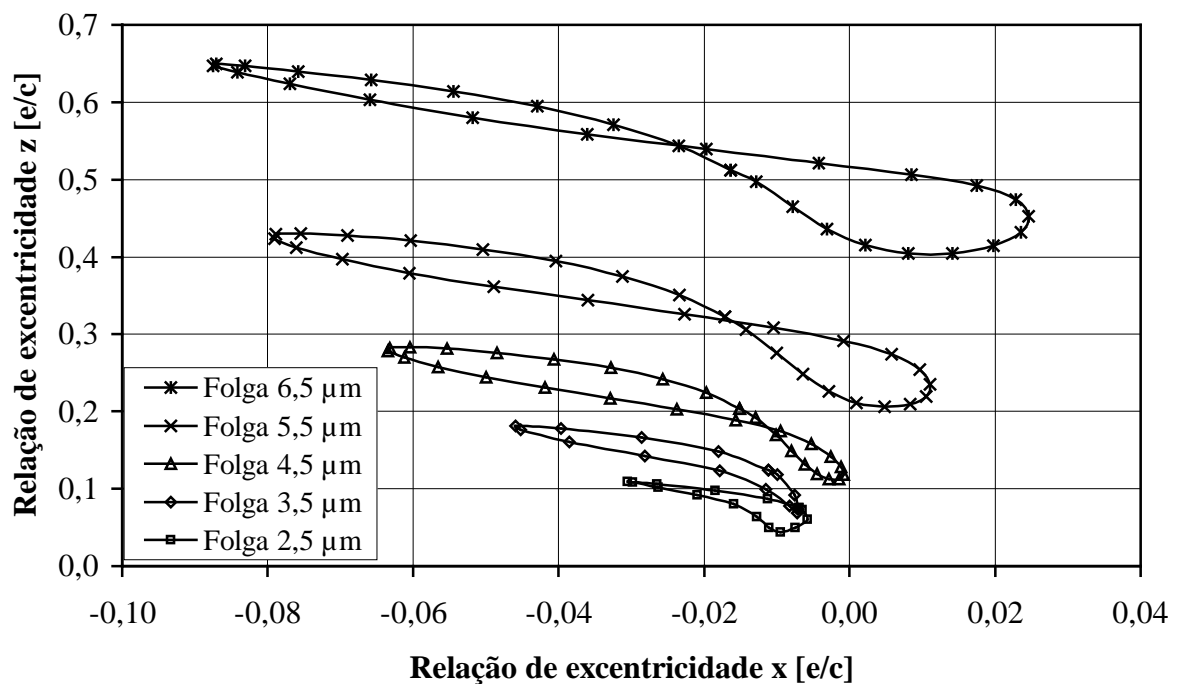


Figura 7.24 – Órbita do topo do pistão, para várias folgas radiais entre o pistão e o cilindro.

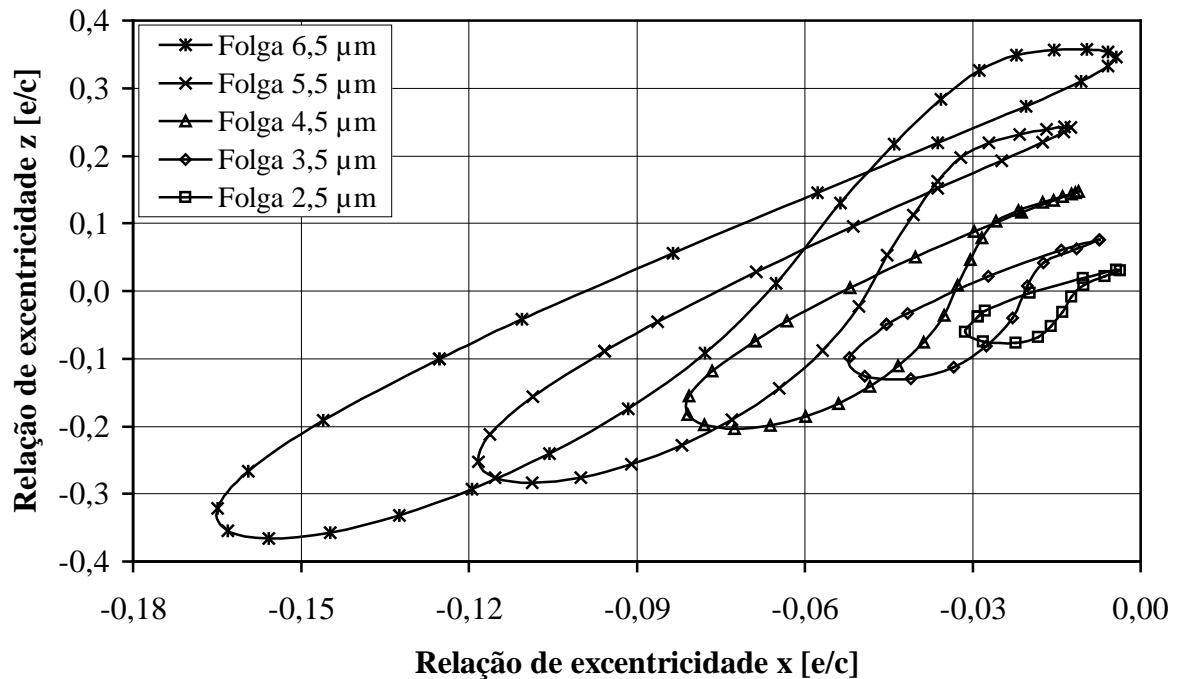


Figura 7.25 – Órbita da saia do pistão, para várias folgas radiais entre o pistão e o cilindro.

O aumento da folga radial leva a um aumento da excentricidade média do pistão e da sua amplitude de oscilação dentro do cilindro. Na região da saia nota-se uma perda da rigidez do mancal mais pronunciada do que na região do topo do pistão, pois a amplitude do deslocamento dentro do cilindro cresce com o aumento da folgas radial.

A perda por insuflamento praticamente independe da folga radial, enquanto que a perda por vazamento pela folga entre o pistão e o cilindro aumenta com a folga radial, mas permanecendo dentro de níveis muito pequenos. Pode-se dizer que o efeito da folga radial sobre o desempenho do compressor linear é muito pequeno, praticamente desprezável.

7.3.6 – Efeito do diâmetro dos canais de alimentação.

Outro parâmetro de projeto do pistão pneumático é o diâmetro dos canais de alimentação, conforme apresentado no estudo sobre o pistão estático. Os mesmos diâmetros explorados anteriormente foram utilizadas na simulação do compressor linear, com os resultados apresentados na tabela 7.11.

Tabela 7.11 – Efeito do diâmetro dos canais de alimentação sobre a estabilidade dinâmica do mancal.

Diâmetro canal [μm]	$\varepsilon_{\text{topo}}$ máxima	$\varepsilon_{\text{saia}}$ máxima	Vazão de insuflamento [kg/s]	Perda Insufl. ¹ %	Vazamento topo [kg/s]	Perda Vaz. ¹ %
35.5	0,5019	0,2085	$1,524 \times 10^{-6}$	0,10%	$4,151 \times 10^{-6}$	0,28%
44.4	0,2714	0,1727	$2,924 \times 10^{-6}$	0,20%	$3,926 \times 10^{-6}$	0,27%
53.2	0,1859	0,1387	$4,740 \times 10^{-6}$	0,32%	$3,779 \times 10^{-6}$	0,26%
62.1	0,1431	0,1267	$7,177 \times 10^{-6}$	0,49%	$3,659 \times 10^{-6}$	0,25%
70.9	0,1170	0,1240	$9,974 \times 10^{-6}$	0,68%	$3,506 \times 10^{-6}$	0,24%
79.8	0,0985	0,1159	$1,364 \times 10^{-5}$	0,94%	$3,307 \times 10^{-6}$	0,23%
88.6	0,0867	0,1092	$1,743 \times 10^{-5}$	1,23%	$3,084 \times 10^{-6}$	0,22%

¹ Perdas relativas à vazão mássica real entregue pelo compressor.

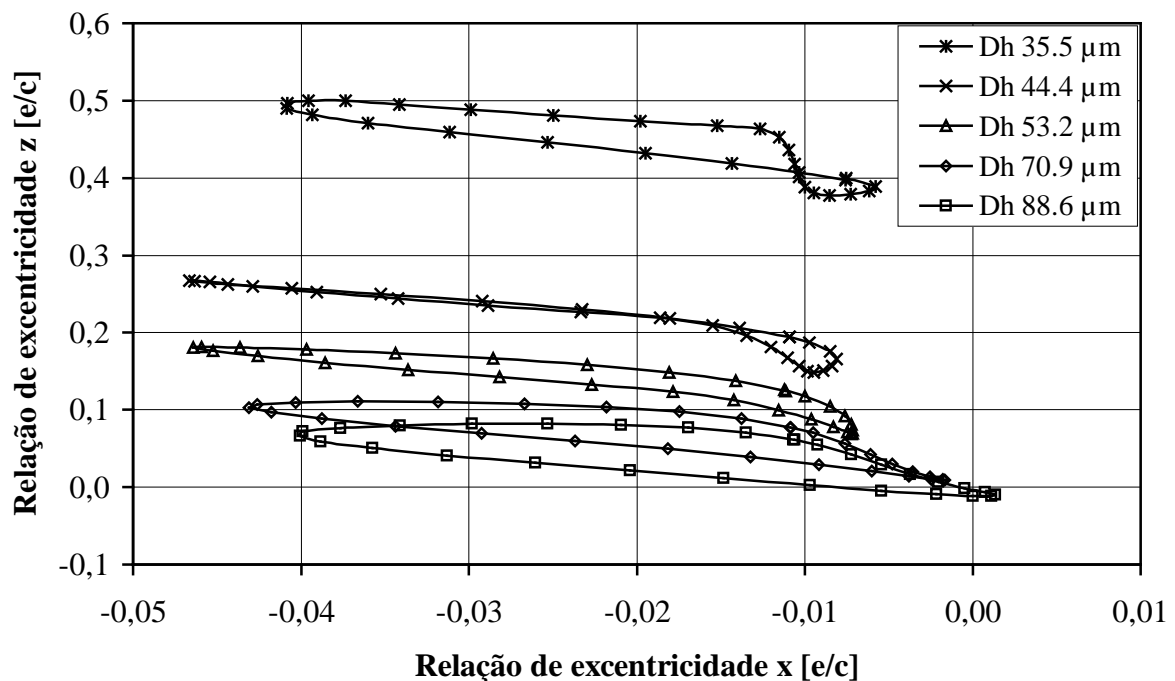


Figura 7.26 – Órbita do topo do pistão, para várias diâmetros de canais de alimentação.

Observa-se nas figuras 7.26 e 7.27 um grande aumento da rigidez do mancal com o aumento do diâmetro dos canais. As perdas por insuflamento e vazamento pelo topo do pistão ainda se mantêm dentro de valores pequenos comparativamente com o fluxo de massa bombeado pelo compressor.

Para a presente configuração do compressor linear, a sustentação do topo do pistão é menor que a saia. Isso acontece porque o topo do pistão está mais sujeito à pressão

da câmara de compressão, que perturba o campo de pressão dentro da folga e diminui a capacidade de insuflamento da primeira seção de orifícios. Uma alternativa para equilibrar o pistão seria utilizar canais de alimentação mais profundos para os orifícios da seção mais próxima ao topo do pistão.

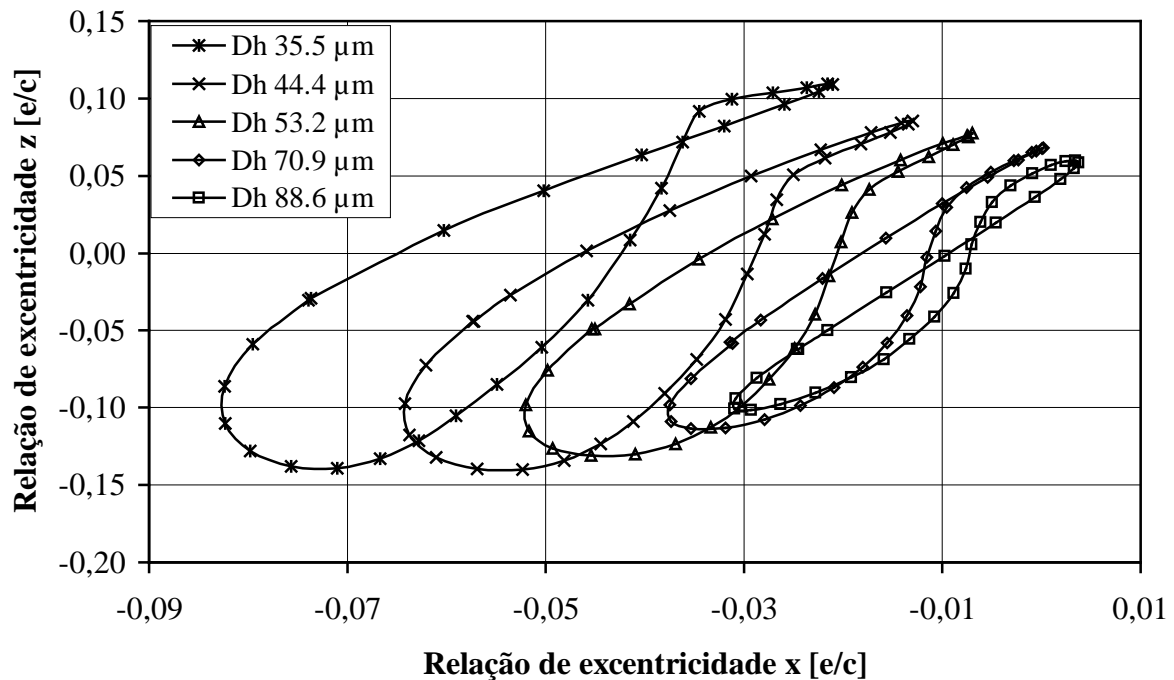


Figura 7.27 – Órbita da saia do pistão, para várias diâmetros de canais de alimentação.

7.3.7 – Efeito do diâmetro do pistão.

No projeto de um compressor pode-se utilizar diversas relações curso \times diâmetro do pistão para obter uma determinada vazão mássica. Nesta seção, um projeto alternativo com maior diâmetro de pistão e menor curso (compressor 2) será comparado ao compressor linear típico (compressor 1) em termos de desempenho energético, perdas na vazão mássica e estabilidade do pistão pneumático.

Na tabela 7.12 são comparados os parâmetros geométricos dos dois compressores. As características de projeto foram ajustadas para que ambos os compressores entreguem praticamente a mesma capacidade de refrigeração. Os parâmetros relativos ao sistema de alimentação do pistão pneumático são os mesmos para os dois casos.

O desempenho do compressor com pistão 1 é superior ao do compressor com pistão 2, principalmente devido às menores perdas por expansão do volume morto, refluxo no

sistema de sucção e descarga e no rendimento do atuador linear, conforme apresentado nas figuras 7.28 e 7.29.

Tabela 7.12 – Características geométricas de dois compressores lineares.

<i>Característica</i>	<i>Compressor 1</i>	<i>Compressor 2</i>
Capacidade de refrigeração [W]	271,8	266,0
Diâmetro do cilindro / comprimento do cilindro	0,3100	0,4078
Relação <i>in-stop</i> ¹ / comprimento do cilindro	0,1223	0,0734
Relação massa do cilindro / massa do pistão	13,0	10,8
Relação rigidez da mola ressonante / mola de suspensão	48 x 10 ³	
Comprimento do pistão / comprimento do cilindro	0,8483	
Número de orifícios por linha de insuflamento	3	
Arranjo dos orifícios de insuflamento	defasados	
Diâmetro dos orifícios insuflamento / comprimento do cilindro	0,0163	
Posição da linha de insuflamento do topo / comprimento do cilindro	0,4225	
Posição da linha de insuflamento da saia / comprimento do cilindro	0,7830	
Posição do centro de massa do pistão / comprimento do pistão	0,1923	
Folga radial / diâmetro equivalente dos canais de alimentação	0,0658	
Comprimento / diâmetro equivalente dos canais de alimentação	6.805	

¹ *In stop* é a distância de repouso entre o topo do pistão e a placa válvula (seção 3.1).

A principal contribuição nas perdas de massa para o compressor 2 é aquela causada pela expansão do volume morto, que é maior pelo maior diâmetro do pistão.

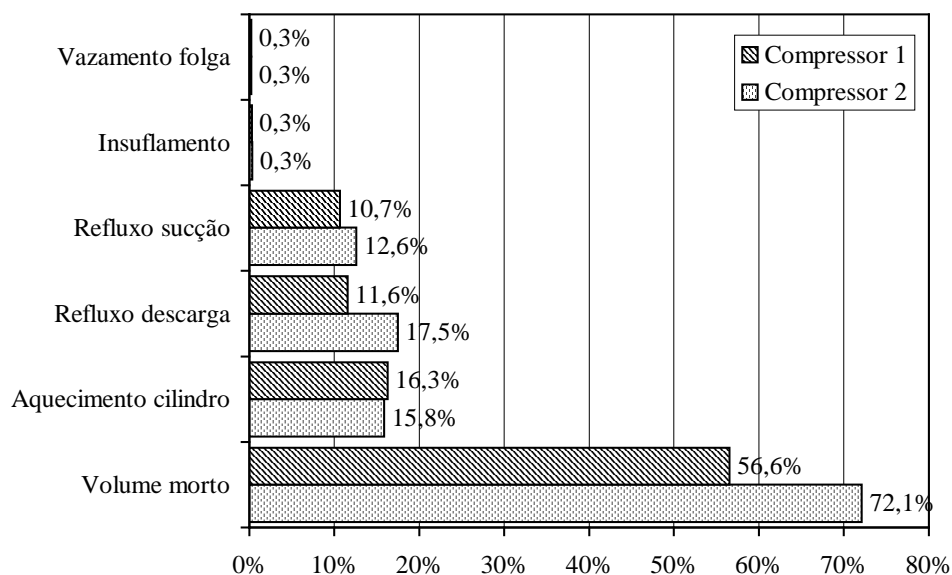


Figura 7.28 – Perdas de massa para compressores lineares 1 e 2.

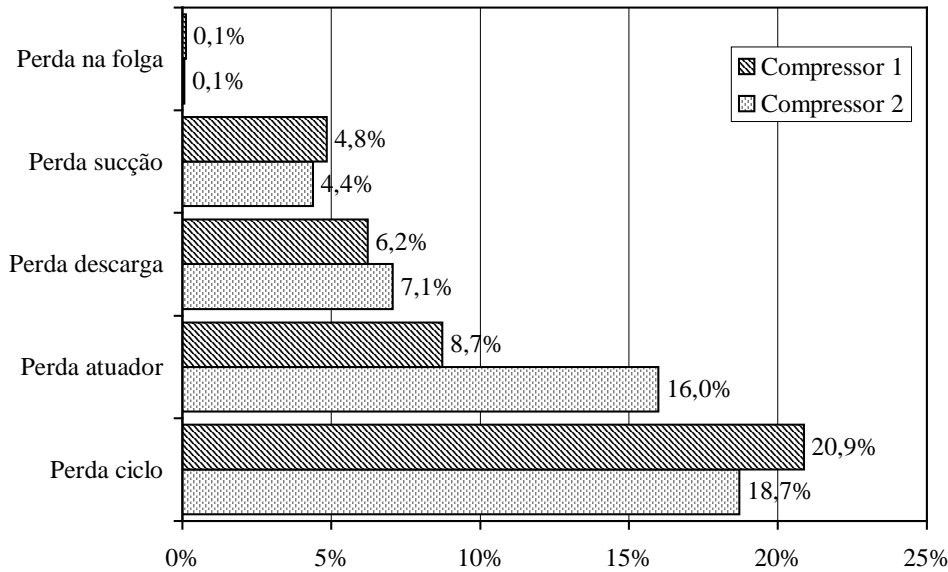


Figura 7.29 – Perdas de energia para compressores lineares 1 e 2.

A principal diferença nas perdas de energia entre os dois compressores é a parcela referente ao atuador linear. Na figura 7.30 tem-se o perfil da corrente elétrica no atuador linear indicando maiores picos de corrente para o compressor 2. As perdas associadas às correntes parasitas e resistência elétrica da bobina são proporcionais ao quadrado da potência, conforme equações (3.8) e (3.9), levando a um menor rendimento do atuador linear do compressor 2.

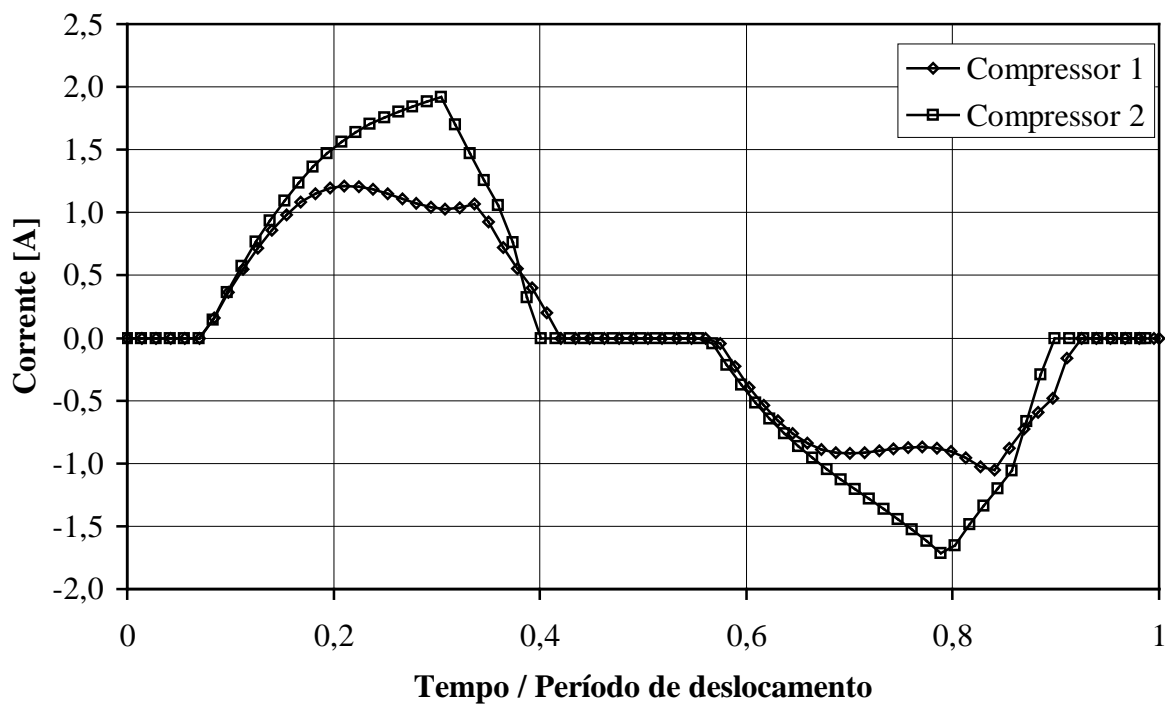


Figura 7.30 – Corrente elétrica no atuador linear para compressores lineares 1 e 2.

As órbitas dos pistões dos compressores 1 e 2, apresentadas na figura 7.31, são semelhantes na forma, porém com menor amplitude para o compressor 2.

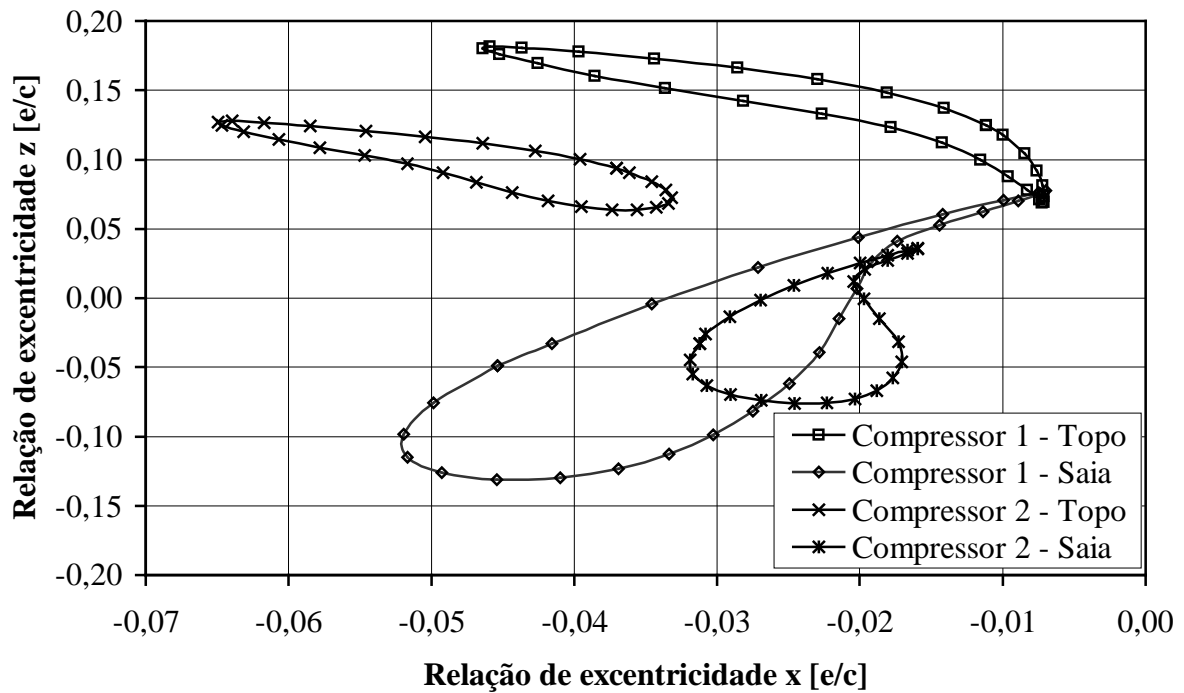


Figura 7.31 – Órbitas dos pistões para compressores lineares 1 e 2.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES

No presente trabalho foi desenvolvido um modelo numérico para um compressor alternativo de acionamento linear. Diferentemente de um compressor convencional alternativo com acionamento a biela e manivela, o compressor linear não apresenta um curso definido, sendo o curso do compressor resultante do equilíbrio dinâmico do sistema ressonante mecânico com o sistema ressonante elétrico. Em conjunto com outros modelos matemáticos representando os demais processos existentes no compressor tem-se um sistema de equações diferenciais ordinárias que é resolvido numericamente no tempo, até que condições periódicas sejam estabelecidas.

É dada especial atenção à modelagem do escoamento na folga entre pistão e cilindro, por ser esta a única superfície de deslizamento do compressor. Mais ainda, o compressor em estudo é caracterizado pela ausência de óleo e utiliza um mancal lubrificado pelo próprio gás refrigerante através do desvio do mesmo da câmara de descarga para a folga entre o pistão e o cilindro. Como resultado, as perdas por fricção são minimizadas, permitindo atingir níveis potenciais de eficiência superiores aos compressores convencionais.

O modelo dinâmico para lubrificação a gás do refrigerante utilizou uma aproximação bidimensional para o escoamento na folga entre pistão e cilindro, onde a equação de Reynolds foi resolvida numericamente pelo método dos volumes finitos. O método numérico é relativamente simples de ser implementado e a geometria do problema é adequada para a utilização de malhas estruturadas móveis. O código computacional proposto utiliza um modelo simplificado para o escoamento compressível do gás através dos canais de restrição. A trajetória do pistão dentro da folga é determinada desconsiderando a inércia do mesmo.

As principais simplificações e aproximações usadas na modelagem do problema de lubrificação no presente trabalho foram as seguintes:

- a) O fluido refrigerante foi considerado gás perfeito.
- b) O escoamento nos canais de restrição foi considerado laminar, unidimensional e isotérmico. Os canais foram assumidos lisos e os efeitos de entrada e expansão nos orifícios de insuflamento foram desprezados.
- c) O escoamento na folga foi considerado isotérmico e a viscosidade do refrigerante foi avaliada pela temperatura da parede do cilindro.

d) Os erros de forma dos componentes foram desconsiderados.

Apesar dessas simplificações, pode-se dizer que os resultados numéricos encontrados são comparáveis qualitativamente com os dados históricos disponíveis na Whirlpool S.A. Os principais efeitos estudados foram a folga radial, profundidade dos canais de restrição, condições de operação do compressor e diâmetro do pistão. No entanto, a não construção de uma bancada de testes específica impediu a validação do modelo em relação às características dinâmicas do pistão.

As principais conclusões do trabalho em relação ao compressor estudado são enumeradas a seguir:

- a) As perdas associadas ao mancal pneumático são desprezáveis em relação às outras perdas existentes no compressor. Isto permite desacoplar as simulações sobre o desempenho do compressor daquelas voltadas para o estudo da estabilidade do mancal pneumático.
 - b) Os modelos utilizados permitem prever o comportamento do compressor em diversas condições de operação.
 - c) Especial atenção deve ser dada às condições de operação em baixas temperaturas, quando as pressões de descarga do compressor são menores, afetando a capacidade de carga dos mancais.
 - d) O diâmetro dos canais de restrição é um elemento de projeto muito importante e deve ser otimizado para a faixa de folgas entre o pistão e o cilindro desejada. Uma otimização do projeto do mancal pode ser avaliada através do correto balanceamento dos fluxos de alimentação de cada seção de orifícios de insuflamento.
 - e) A relação entre a folga radial entre o pistão e o cilindro e o diâmetro dos canais de restrição está bem dimensionada para o compressor típico. Folgas maiores afetam a capacidade de carga do mancal, sem prejudicar as perdas do compressor.
 - f) O diâmetro do pistão tem um impacto muito grande no desempenho do compressor, principalmente no rendimento do atuador linear.
 - g) O modelo não considera erros de forma no pistão e no cilindro, como ondulações da superfície, concavidade, conicidade e circularidade, que afetam a capacidade de carga do mancal. No entanto, esses fatores podem ser implementados pois são parâmetros geométricos que afetam a geração da malha e a expressão para a espessura local do filme
 - h) A hipótese de escoamento isotérmico na folga pistão cilindro pode ser questionada, pois não se conhecem os efeitos que a entrada de gás da câmara de compressão na folga causa no escoamento e capacidade de carga do mancal. Para avaliar este efeito seria necessário resolver simultaneamente a equação da energia com a equação de Reynolds.
-

- i) O escoamento nos canais de restrição considera uma solução de regime permanente para um regime transiente e despreza os efeitos da compressibilidade do volume de orifício de insuflamento. Uma abordagem diferencial para esse escoamento permitiria a inclusão desses dois efeitos.
 - j) A modelagem da dinâmica do pistão desprezando a sua massa é bastante eficiente do ponto de vista da convergência da órbita. Por outro lado, efeitos dinâmicos como aparecimento de órbitas periódicas irregulares, bifurcações e instabilidade talvez não sejam contemplados.
-

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANNAND W. J. D. **Heat transfer in the cylinders of reciprocating engines.** Proceedings of Institution Mechanical Engineers , 1963, 177, 36.
- BELLMAN, R., KASHEF, B. G. e CASTI, J. **Differential quadrature: a technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations.** Journal of Computational Physics, 1972, 10, 40-52.
- BJÖRCK, Å. e PEREYRA, V. **Solution of the Vandermonde system of equations.** Mathematical Computational, 1970, 24, 893-903.
- BOLDEA, I. e NASAR, S. A. **Linear electric actuators and generators.** IEEE Transactions on Energy Conversion, 1999, 14, 712-717.
- CADMAN, R. V. e COHEN, R. **Electrodynamic oscillating compressors: part 1 – design based on linearized loads.** Journal of Basic Engineering – Transactions of ASME, 1969, 656-663.
- CADMAN, R. V. e COHEN, R. **Electrodynamic oscillating compressors: part 2 – evaluation of specific designs for gas loads.** Journal of Basic Engineering – Transactions of ASME, 1969, 664-670.
- CHEN, M. F. e LIN, Y. T. **Static behavior and dynamic stability analysis of grooved rectangular aerostatic thrust bearings by modified resistance network method.** Tribology International, 2002, 35, 329-338.
- CHEN, W. L., STRIZ, A. G. e BERT, C. W. **High-accuracy plane stress and plate elements in the quadrature element method.** International Journal of Solids and Structures, 2000, 37, 627-647.
- CHOE, G. S. e KIM, K. J. **Theoretical and experimental analysis of nonlinear dynamics in a linear compressor.** Journal of Vibrations and Acoustics – Transactions of ASME, 2002, 124, 152-154.
- CIVAN, F. e SLIEPCEVICH, C. M. **Solution of the poisson equation by the differential quadrature.** International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1983, 19, 711-724.
- CLARK, R.E., JEWELL, G. W. e HOWE, D. **Dynamic modeling of tubular moving magnet linear actuators.** Journal of Applied Physics, 2003, 93, 8787-8789.

-
- COUTO, P. R. C. **Modelagem e simulação numérica de pistão pneumático para compressores de refrigeração**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis – Brasil, 2001.
- DESCHAMPS, C. J., PRATA, A. T., FERREIRA, R. T. S. **Modeling of turbulent flow through radial diffusers**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, 2000, 22, 31-41.
- DESCHAMPS, C. J., POSSAMAI, F. C., PEREIRA, E. L. L. **Numerical simulation of pulsating flows in suction mufflers**. Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference, 2004, C11-4.
- DU H., LIM, M. K. e LIN, R. M. **Application of generalized differential quadrature method to structural problems**. International Journal of Numerical Engineering, 1994, 37, 1881-1896.
- EISINBERG, A. e FEDELE, G., **On the inversion of the Vandermonde matrix**. Applied Mathematics and Computation, 2006, 174, 1384-1397.
- FELDMANN, A. B. **Relatório sustentação mancal**. Relatório Interno Embraco, 2007.
- FERNANDES, J. R. S. **Modelo dinâmico da lubrificação do pistão em compressores alternativos**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis – Brasil, 1996.
- FOURKA, M., TIAN, Y., BONIS, M. **Prediction of the stability of air thrust bearings by numerical, analytical and experimental methods**. Wear, 1996, 198, 1-6.
- FOURKA, M., BONIS, M. **Comparison between externally pressurized gas thrust bearings with different orifice and porous feeding systems**. Wear, 1997, 210, 311-317.
- FREITAS, D. S., PRATA, A. T., FERREIRA, R. **Mancal pneumático para compressores de refrigeração**. Relatório Técnico Convênio UFSC/EMBRACO, 1999.
- GOMMED, K., ETSION, I. **Dynamic analysis of gas lubricated reciprocating ringless pistons – basic modeling**. Journal of Tribology – Transactions of ASME, 1993, 115, 207-213.
- GROSS, W. A., ZACHMANOGLU, E. C. **Perturbation solutions for gas-lubricating films**. Journal of Basic Engineering – Transactions of ASME, 1961, 139-144.
- HAMROCK B. J., SCHMID, S. R., JACOBSON B. O. **Fundamentals of fluid film lubrication – 2nd edition**. New York, Marcel Dekker Inc., 2004.
- INGARD, U. ISING, H. **Acoustic nonlinearity of an orifice**. The Journal of the Acoustic Society of America, 1967, 42, 6-17.
-

-
- KAZIMIERSKI, Z., TROJNARSKI, J. **Investigation of externally pressurized gas bearings with different feeding systems.** Journal of Lubrication Technology – Transactions of ASME, 1980, 102, 59-64.
- KWAN, Y. B. P., POST, J. B. **A tolerancing procedure for inherently compensated, rectangular aerostatic thrust bearings.** Tribology International, 2000, 3, 581-585.
- LILIE, D. E. B. **Determinação de perdas elétricas do motor linear.** Relatório Interno Embraco, 2001.
- LIU, F. -L. **Rectangular thick plates on winkler foundation: differential quadrature element solution.** International Journal of Solids and Structures, 2000, 37, 1743-1763.
- LO, C. Y., WANG, C. C., LEE, Y.H. **Performance analysis of high-speed spindle aerostatic bearings.** Tribology International, 2005, 38, 5-14.
- MANSUR, S. S. **Simulação numérica do funcionamento de compressores herméticos alternativos considerando as pulsações de gás.** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis – Brasil, 1986.
- MALIK, M., BERT, C. W. **Differential quadrature solutions for steady-state incompressible and compressible lubrication problems.** Journal of Tribology – Transactions of ASME, 1994, 116, 296-302.
- MALIK, M., BERT, C. W. **The differential quadrature method for irregular domains and application to plate vibration.** International Journal of Mechanical Sciences. 1996, 38, 589-606.
- MALIK, M., BERT, C. W. **Differential quadrature method in computational mechanics: a review.** Appl. Mech. Rev. 1996, 49, 1-28.
- MALIK, M., BERT, C. W. **Transient analysis of gas-lubricated journal bearing systems by differential quadrature.** Journal of Tribology – Transactions of the ASME. 1997, 119, 91-99.
- PANDEYA, P. N., SOEDEL, W. A. **Generalized approach towards compressor performance analysis.** Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference, 1978, 135-143.
- PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow.** Hemisphere Publishing Corp., New York, 1980.
- PATANKAR, S. V., LIU, C. H., SPARROW, E. M. **Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross sectional area.** Transactions of the ASME, 1980, 99, 180-186.
-

-
- PÉREZ-SEGARRA, C.D., ESCANES, F., OLIVA, A. **Numerical study of the thermal and fluid-dynamic behaviour of reciprocating compressors.** Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference, 1994, 145-150.
- POLLAK, E., FRIEDLAENDER, F. J., SOEDEL, W., COHEN, R. **Mathematical model of an electrodynamic oscillating refrigeration compressor.** Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference, 1978, 246-259.
- POLMAN, J., DE JONGE, A. K., CASTELIJNS, A. **Free piston electrodynamic compressor.** Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference, 1978, 241-245.
- PRATA, A. T., FERNANDES, J. R. S., FAGOTTI, F. **Dynamic analysis of piston secondary motion for small reciprocating compressors.** Journal of Tribology, 2000, 122, 752-760.
- PRATA, A. T., FERREIRA, R. T. S., TODESCAT, M. L., FAGOTTI, F. **Thermal energy analysis in reciprocating hermetic compressors.** Proceedings of the Purdue Compressor Conference at Purdue, 1992.
- PRATA, A. T. **Lubrificação hidrodinâmica de mancais radiais.** Apostila Curso Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, 1992.
- REDLICH, R., UNGER, R., VAN DER WALT, N. **Linear compressors: motor configuration, modulation and systems.** Proceedings of the Purdue Compressor Technology Conference, 1996.
- RENN, J.C., HSIAO, C.H. **Experimental and CFD study on the mass flow rate characteristic of gas through orifice-type restrictor in aerostatic bearings.** Tribology International, 2004, 37, 309-315.
- REVELLI, R., RIDOLFI, L. e MASSAROTTI, P. **Nonlinear convection-dispersion models with a distributed pollutant source I: Direct initial boundary value problems.** Mathematical and Computer Modelling, 2004, 39, 1023-1034.
- SAAD, M. A. **Compressible fluid flow – 2nd edition,** New Jersey, Prentice Hall, 1992.
- SHU, C. **Differential quadrature and its applications in engineering.** London, Springer, 2000.
- SHU, C., CHEN, W. e DU, H. **Free vibration analysis of curvilinear quadrilateral plates by the differential quadrature method.** Journal of Computational Physics, 2000, 163, 452-466.
-

-
- SHU, C., CHEW, Y.T. e LIU, Y. **Different interface approximations in multi-domain GDQ simulation of Czochralski bulk flows.** International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 1998, 8, 424-444.
- SHU, C. e RICHARDS, B. E. **Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations.** International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1992, 15, 791-798.
- SOEDEL, W. **Sound and vibrations os positive displacement compressors.** CRC Press, 2007.
- STRIZ, A. G., CHEN, W. L. e BERT, C. W. **Free vibration of plates by the high accuracy quadrature element method.** Journal of Sound and Vibration, 1997, 202, 689-702.
- TALUKDER, H. M., STOWELL, T. B. **Pneumatic hammer in na externally pressurized orifice-compensated air journal bearing.** Tribology International, 2003, 36, 585-591.
- TIAN, Y., BONIS, M. **Analytical approach for the determination of the dynamic coefficients of hybrid bearings.** Wear, 1995, 188, 66-76
- USSYK, M. S. **Simulação numérica do desempenho de compressores herméticos alternativos.** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis – Brasil, 1984.
- VON DOKONAL, L. **Estudo de atuadores eletromagnéticos lineares para uso em compressores de refrigeração.** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, UDESC, Joinville – Brasil, 2003.
- YOSHIMOTO, S., TAMURA, J., NAKAMURA, T. **Dynamic tilt characteristics of aerostatic rectangular double pad thrust bearings with compound restrictors.** Tribology International, 1999, 32, 731-738.
- WANG, J. S., WANG, C. C. **Nonlinear dynamic and bifurcation analysis of short aerodynamic journal bearings.** Tribology International, 2005, 38, 740-748.
- WANG, X. e BERT, C. W. **A new approach in applying differential quadrature to static and free vibrational analyses of beam and plates.** Journal of Sound and Vibration, 1993, 162, 566-572.
- ZHONG, H. e HE, Y. **Solution of Poisson and Laplace equations by quadrilateral quadrature element method.** International Journal of Solids and Structures, 1998, 35, 2805-2819.
- ZONG, Z. LAM, K. Y. e ZHANG, Y. Y. **A multidomain differential quadrature approach to plane elastic problems with material discontinuity.** Mathematical and Computer Modelling, 2005, 41, 539-553.
-

APÊNDICE 1

MÉTODO DA QUADRATURA DIFERENCIAL

Métodos numéricos para a solução de problemas de valor inicial ou de contorno em geral buscam transformar as equações diferenciais ou integro-diferenciais em um conjunto de equações algébricas em termos de valores discretos das variáveis de interesse em pontos específicos do domínio de solução. No método da quadratura diferencial isto é obtido pela expressão em cada ponto da malha do valor do operador de cálculo, em relação a uma dada direção do sistema de coordenadas, em função de uma soma ponderada dos valores da função em todos os pontos discretos do domínio naquela direção.

A quadratura diferencial, como um método simples e eficiente para a solução de equações diferenciais parcial não lineares foi introduzido por Belmann et al. (1972). Depois disso, uma série de trabalhos na literatura estendeu a aplicação da técnica para uma variedade de problemas envolvendo fenômenos de transporte (Shu et al., 1998), análise estrutural (Wang e Bert, 1993, Du et al., 1994, Shu et al., 2000), mecânica dos fluidos (Shu e Richards, 1992), inclusive para a teoria da lubrificação (Malik e Bert, 1994 e 1997).

Embora o método da quadratura diferencial, referenciado a seguir como DQM, possa ser aplicado a problemas com geometrias curvilíneas (Bert e Malik, 1996), a apresentação a seguir será exemplificada para um domínio retangular $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, conforme apresentado na figura A1.1.

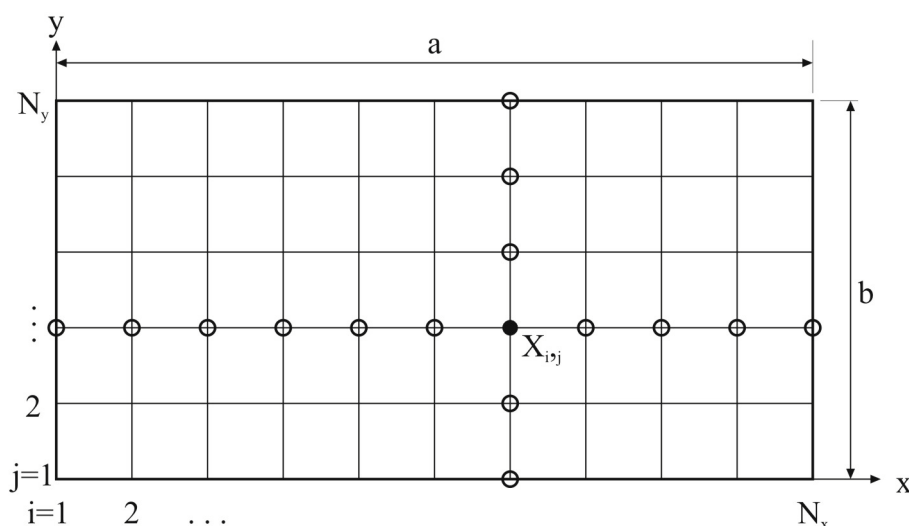


Figura A1.1 – Malha DQM para domínio retangular.

A premissa básica do DQM é a aproximação das derivadas parciais de uma função em relação a uma direção coordenada em um ponto qualquer do domínio como a soma

ponderada dos valores da função em todos os pontos do domínio naquela mesma direção.

Desta forma, a derivada parcial de ordem n de uma variável $\psi = \psi(x, y)$ no ponto $x = x_i$ ao longo de qualquer linha $y = y_j$ paralela ao eixo x pode ser escrita como

$$\left. \frac{\partial^n \psi}{\partial x^n} \right|_{x=x_i} = \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(n)} \psi(x_k, y) ; i = 1, 2, \dots, N_x \quad (\text{A.1})$$

onde N_x é o número de pontos discretos da variável na direção x do domínio e $A_{ik}^{(n)}$ são os coeficientes de ponderação associados com a derivada parcial de ordem n na direção x no ponto x_i .

De forma semelhante, a derivada parcial de ordem n no ponto $y = y_j$ ao longo de uma linha $x = x_i$ paralela ao eixo y pode ser escrita como

$$\left. \frac{\partial^n \psi}{\partial y^n} \right|_{y=y_j} = \sum_{l=1}^{N_y} B_{jl}^{(n)} \psi(x, y_l) ; j = 1, 2, \dots, N_y \quad (\text{A.2})$$

onde N_y é o número de pontos discretos da variável na direção y do domínio e $B_{jl}^{(n)}$ são os coeficientes de ponderação associados com a derivada parcial de ordem n na direção y no ponto y_j .

As equações A.1 e A.2 são as regras da quadratura para as derivadas da função nos pontos de interesse do domínio e as equações fundamentais para a implementação do DQM.

Para prosseguir na implementação do método é necessário determinar os valores dos coeficientes de ponderação e isto é conseguido pelo estabelecimento da função de aproximação na respectiva direção. O requisito básico para essas funções é a sua suavidade e diferenciabilidade mínima até a ordem mais alta da equação diferencial. Uma série de funções cumprem esse requisito, sendo a mais óbvia uma função polinomial de ordem igual ao número de pontos em cada direção menos 1. A função $\psi = \psi(x, y)$ pode então ser escrita como

$$\psi(x, y) = F(x)G(y) \quad (\text{A.3})$$

onde as funções $F(x)$ e $G(y)$ são respectivamente as funções teste nas direções x e y respectivamente

$$F(x) = x^{v-1}; v = 1, 2, \dots, N_x \quad (\text{A.4})$$

e

$$G(y) = y^{\mu-1}; \mu = 1, 2, \dots, N_y \quad (\text{A.5})$$

Substituindo-se as equações A.3 a A.5 nas equações A.1 e A.2 obtém-se

$$\sum_{k=1}^{N_x} x_k^{v-1} A_{ik}^{(n)} = (v-1)(v-2)\dots(v-n)x_i^{(v-n-1)}; i, v = 1, 2, \dots, N_x \quad (\text{A.6})$$

e

$$\sum_{l=1}^{N_y} y_l^{\mu-1} B_{jl}^{(n)} = (\mu-1)(\mu-2)\dots(\mu-n)y_j^{(\mu-n-1)}; j, \mu = 1, 2, \dots, N_y \quad (\text{A.7})$$

As equações A.6 e A.7 na verdade formam N_x e N_y sistemas de equações, cada conjunto fornecendo os coeficientes de ponderação para as derivadas parciais no pontos de interesse. É importante ressaltar que os coeficientes $A_{ik}^{(n)}$ dependem somente da localização dos pontos ao longo da direção x e são independentes de y . Da mesma forma, os coeficientes $B_{jl}^{(n)}$ são dependentes somente da localização dos pontos na direção y e são os mesmos em qualquer linha x constante.

Os sistemas de equações formados por A.6 e A.7 são conhecidos como sistemas de Vandermonde, muito comuns em problemas de interpolação polinomial e aproximação por *splines*, e se tornam extremamente mal-condicionados à medida que o número de equações cresce. Métodos diretos podem ser utilizados para sua solução, embora algoritmos específicos como os propostos por Björck e Pereyra (1972) e Eisinberg e Fedele (2006) sejam extremamente eficientes computacionalmente.

A acuracidade da solução pelo DQM está diretamente ligada à acuracidade na determinação dos coeficientes de ponderação. Diversos pesquisadores desenvolveram fórmulas explícitas para o cálculo dos coeficientes, entre eles o método de Shu e Richards (1992), reproduzido aqui para a coordenada x .

Os termos não pertencentes a diagonal da matriz dos coeficientes de ponderação para a derivada de ordem 1 podem ser calculados por:

$$A_{ik}^{(1)} = \frac{\prod(x_i)}{(x_i - x_k) \prod(x_k)} ; i, k = 1, 2, \dots, N_x \text{ e } i \neq k \quad (\text{A.8})$$

onde

$$\prod(x_i) = \prod_{v=1, v \neq i}^{N_x} (x_i - x_v) ; \prod(x_k) = \prod_{v=1, v \neq k}^{N_x} (x_k - x_v) \quad (\text{A.9})$$

Os termos das derivadas de ordem maior que 1 podem ser calculados pela seguinte fórmula de recorrência

$$A_{ik}^{(n)} = n \left[A_{ii}^{(n-1)} A_{ik}^{(1)} - \frac{A_{ik}^{(n-1)}}{x_i - x_k} \right] ; i, k = 1, 2, \dots, N_x \text{ e } i \neq k \quad (\text{A.10})$$

Os termos da diagonal da matriz dos coeficientes de ponderação para as derivadas de qualquer ordem podem ser calculados por

$$A_{ii}^{(n)} = - \sum_{v=1}^{N_x} A_{iv}^{(n)} ; i = 1, 2, \dots, N_x \quad (\text{A.11})$$

Outro fator importante para a aplicação do DQM é a escolha da localização dos pontos de interesse no domínio. A escolha de pontos igualmente espaçados deve ser comparada a pontos não igualmente espaçados, principalmente se gradientes elevados estiverem presentes na solução. Geralmente as soluções com malhas não uniformes são mais acuradas. Vários esquemas para a localização dos pontos podem ser propostos, como por exemplo os zeros dos polinômios de Chebyshev deslocados para um domínio normalizado $0 < x < 1$.

$$x_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{(2i-1)\pi}{2N_x} \right] ; i = 2, 3, \dots, N_x - 1 \quad (\text{A.12})$$

Os pontos sobre as fronteiras são simplesmente feitos $x_1=0$ e $x_{N_x}=1$.

Em função da exatidão do ajuste de uma função polinomial de ordem N-1 para N pontos, a escolha de funções de teste polinomiais podem parecer as escolhas mais apropriadas

em qualquer situação. Entretanto, há casos em que a variável de interesse apresenta um comportamento periódico em uma ou mais direções do domínio e a utilização de funções teste que reproduzam este comportamento será vantajosa. Um exemplo são problemas associados a lubrificação, onde o domínio em uma direção é fechado sobre si mesmo. Para essa direção do domínio é recomendável utilizar-se funções de teste harmônicas, conforme Malik e Bert (1994). A condição de contorno de periodicidade fica embutida nos próprios coeficientes da quadratura diferencial.

$$\begin{aligned} F(x) &= \cos[2(v-1)\pi x] ; v = 1, 2, \dots, N_x/2 + 1 \\ F(x) &= \sin[2(v - N_x/2 - 1)\pi x] ; v = N_x/2 + 2, N_x/2 + 3, \dots, N_x \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Neste caso N_x é um número par de pontos igualmente espaçados. Maiores detalhes sobre a obtenção dos coeficientes do DQM para funções polinomiais e outras funções teste podem ser encontradas em Shu (2000).

Exemplo de aplicação I – Equação de Poisson

A equação de Poisson é utilizada para modelar problemas de difusão ou condução de calor em uma placa e se assemelha a equação de Reynolds se desconsiderarmos os efeitos cunha e de filme espremido. Portanto, é um bom exemplo para teste do método da quadratura diferencial conforme artigo de Civan e Sliepcevich (1983).

Considerando a equação de Poisson aplicada em um domínio quadrado $0 \leq x, y \leq 1$, conforme figura A1.1

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + S = 0 \quad (\text{A.14})$$

Utilizando funções de aproximação polinomiais em ambas as direções, os coeficientes de aproximação das derivadas parciais de segunda ordem $A^{(2)}_{ik}$ e $B^{(2)}_{jl}$ podem ser determinados a partir das equações A.6 e A.7:

$$\sum_{k=1}^{N_x} x_k^{v-1} A_{ik}^{(2)} = (v-1)(v-2)x_i^{v-3} ; i, v = 1, 2, \dots, N_x \quad (\text{A.15})$$

e

$$\sum_{l=1}^{N_y} y_l^{\mu-1} B_{jl}^{(2)} = (\mu-1)(\mu-2)y_j^{\mu-3} ; j, \mu = 1, 2, \dots, N_y \quad (\text{A.16})$$

As equações A.15 e A.16 são escritas para cada coordenada x_i e y_j , independentemente uma da outra. Logo serão formados $N_x + N_y$ sistemas de equações, que podem ser representados na forma matricial, conforme exemplificado para $i=l$ na equação (A.17). De maneira análoga deve-se proceder para a direção y.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_{N_x} \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_{N_x}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^{N_x-1} & x_2^{N_x-1} & x_3^{N_x-1} & \cdots & x_{N_x}^{N_x-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11}^{(2)} \\ A_{12}^{(2)} \\ A_{13}^{(2)} \\ \vdots \\ A_{1N_x}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ \vdots \\ (N_x-1)(N_x-2)x_1^{N_x-3} \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

Aplicando a quadratura diferencial a equação A.14 tem-se

$$\sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(2)} \psi_{kj} + \sum_{l=1}^{N_y} B_{jl}^{(2)} \psi_{il} = -S_{ij} \quad (\text{A.18})$$

Para cada coordenada (x_i, y_j) escreve-se uma equação em que aparecem não somente os valores da variável adjacentes, mas todos aqueles situados na mesma linha e coluna do domínio.

A aplicação das condições de contorno também é bastante simples. Para condições de contorno de Dirichlet, ou seja, especificando o valor da variável no contorno, os coeficientes dos outros pontos são zerados e somente o coeficiente do próprio ponto é utilizado. Para condições de contorno de Neumann, com a especificação de um fluxo no contorno, utiliza-se a aproximação da derivada primeira da função pela quadratura. Por exemplo, uma condição de isolamento (fluxo zero) na face leste do domínio seria escrita

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{i=N_x} = \sum_{k=1}^{N_x} A_{N_x,k}^{(1)} \psi_{kj} = 0 \quad (\text{A.19})$$

O sistema de equações representado pela equação (A.18) com as devidas modificações impostas pelas condições de contorno pode ser resolvido por métodos tradicionais obtendo-se assim o valor da função nos pontos de interesse do domínio.

Aplicou-se então o DQM sobre uma malha com pontos localizados conforme equação (A.12) em ambas as direções, com $S=1$ e $\psi=0$ no contorno do domínio, com boa convergência. Admitindo-se que S é equivalente a uma geração de calor interna, a derivada primeira nas faces representa o fluxo de calor que sai pelas bordas. Um erro importante para se verificar é se existe uma conservação entre o calor gerado na placa e aquele que sai pelas bordas. Este erro é definido por

$$erro = 1 - \left[\int \left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=0} dy - \int \left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=1} dy + \int \left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{y=0} dx - \int \left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{y=1} dx \right] \quad (\text{A.20})$$

onde as derivadas que aparecem na expressão (A.20) são avaliadas numericamente através dos próprios coeficientes da quadratura diferencial.

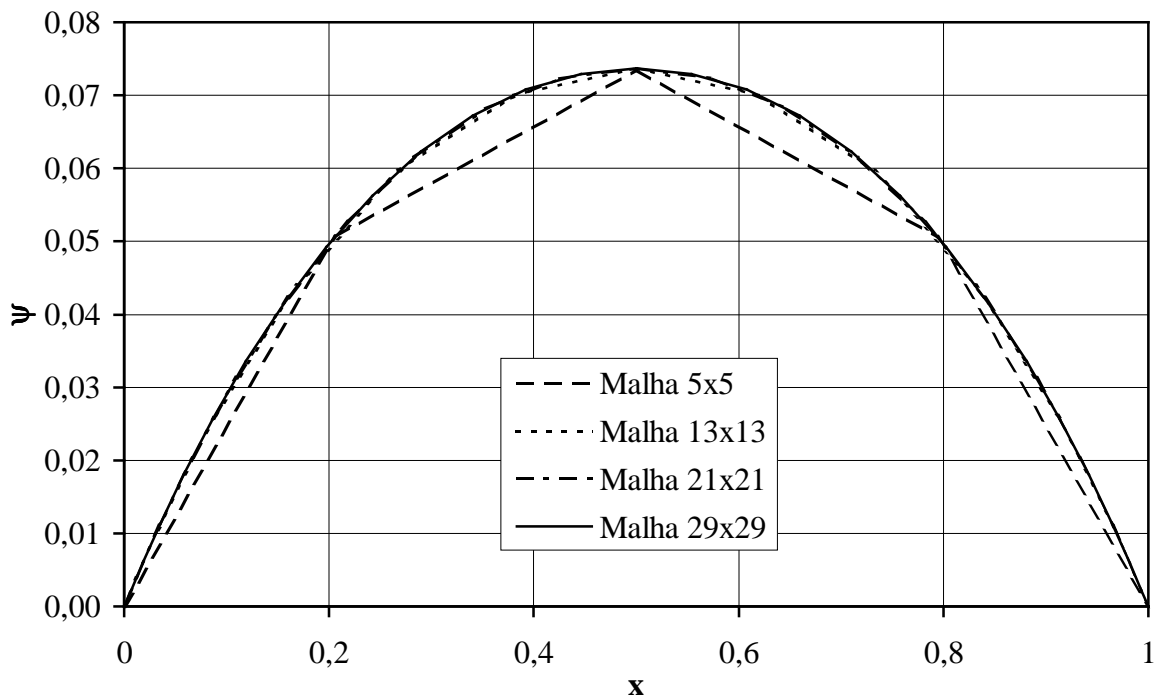


Figura A1.2 – Perfil da variável ψ ao longo da linha média.

Conforme pode ser visto nas figuras A1.2 e A1.3, apesar do perfil de temperaturas ao longo da linha média da placa mostrar um comportamento convergente, a derivada primeira nas faces, avaliada pelos coeficientes da quadratura diferencial apresenta um comportamento com um ponto mínimo de erro, passando a apresentar erros crescentes para malhas muito refinadas. Isso se deve ao aumento dos erros numéricos na solução dos sistemas de Vandermonde gerados, mesmo utilizando-se o algortimo de Björk e Pereyra.

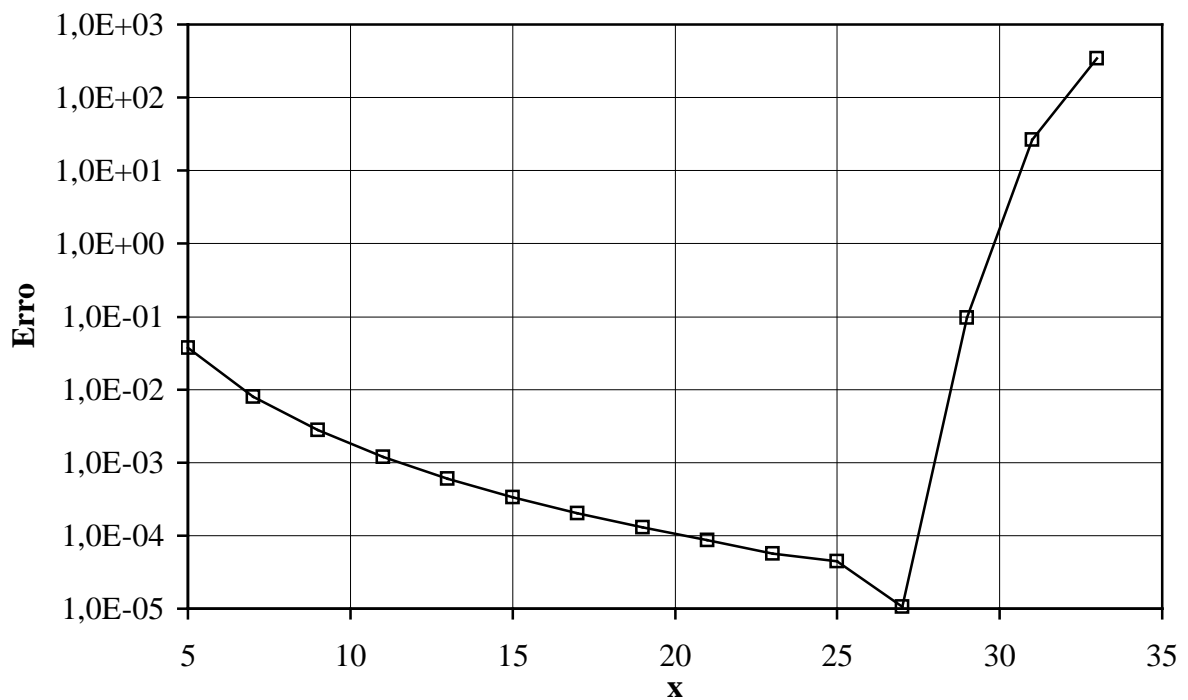


Figura A1.3 – Erro derivada primeira variável ψ nas faces.

Exemplo de aplicação II – Mancal pneumático plano, com insuflamento central.

A aplicação do DQM na solução de problemas de lubrificação associados a mancais radiais compressíveis foi demonstrada por Malik e Bert em seus trabalhos de 1994 e 1997. Como passo inicial para estender a metodologia a mancais compressíveis aerostáticos foi estudado o problema de uma placa quadrada, com um orifício de insuflamento central ligado a um reservatório de pressão através de canal restritor, conforme mostrado na figura A1.4.

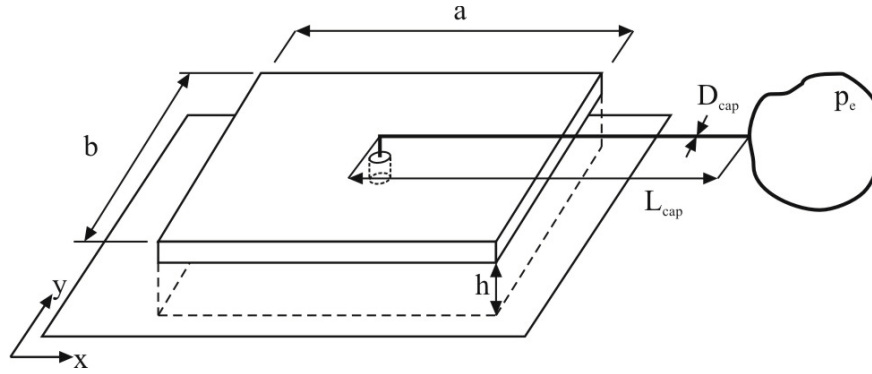


Figura A1.4 – Placa com insuflamento central.

Se $h \ll a, b$ pode-se considerar o escoamento bidimensional, e a equação de Reynolds pode ser aplicada ao problema. Simplificando a equação (4.30) para o caso em que h é constante e a placa é estacionária tem-se, para a região de insuflamento,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{\partial p}{\partial y} \right) = - \frac{12\mu}{h^3} \frac{\dot{m}}{A_{furo}} \quad (\text{A.21})$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{A.22})$$

para as outras regiões da placa.

O escoamento no canal de alimentação do orifício de insuflamento é considerado compressível e isotérmico e modelado através das equações (4.34) a (4.36).

$$\dot{m} = \frac{p_e}{RT} A_{cap} \sqrt{\gamma RT} \left[\frac{1 - \frac{p^2}{p_e^2}}{\gamma \ln \left(\frac{p_e^2}{p^2} \right) + \frac{4fL_{cap}}{D_{cap}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.23})$$

Substituindo a equação (A.23) na equação (A.21) e utilizando as seguintes variáveis auxiliares

$$X = \frac{x}{a} ; Y = \frac{y}{b} \text{ e } Q = \frac{p^2}{p_e^2} \quad (\text{A.24})$$

tem-se:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial X^2} + \lambda^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial Y^2} + \alpha \left[\frac{1-Q}{\beta - \ln Q} \right]^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (\text{A.25})$$

onde,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{a^2}{b^2} \\ \alpha &= \frac{24a^2 \mu \sqrt{RT}}{p_e h^3} \frac{A_{cap}}{A_{furo}} \\ \beta &= \frac{4fL_{cap}}{D_{cap}} \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Para a solução da equação (4.25) será aplicado o método de Newton, conforme exemplificado em Malik e Bert (1994). Primeiramente, o método iterativo é definido por

$$Q^{(n+1)} = Q^{(n)} + \eta^{(n)} \quad (\text{A.27})$$

onde n é a iteração corrente e a correção $\eta^{(n)}$ é obtida da solução da equação

$$\eta^{(n)} L'(Q^{(n)}) + L(Q^{(n)}) = 0 \quad (\text{A.28})$$

Na equação (A.28), $L(Q)$ é o termo esquerdo da equação (A.25) e $L'(Q)$ é a derivada de Fretchet de $L(Q)$ definida como

$$\eta L'(Q) = \left. \frac{\partial}{\partial \Delta} L(Q + \Delta \eta) \right|_{\Delta=0} \quad (\text{A.29})$$

Efetuando a operação definida em (A.29) e substituindo a equação (A.25) na equação (A.28), a equação para a correção da variável Q é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial X^2} + \lambda^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial Y^2} - \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\beta - \ln Q}{1-Q} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{\beta - \ln Q} + \frac{Q-1}{(\beta - \ln Q)^2 Q} \right] \eta = \\ = - \left[\frac{\partial^2 Q}{\partial X^2} + \lambda^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial Y^2} + \alpha \left(\frac{1-Q}{\beta - \ln Q} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Aplicando a quadratura diferencial à equação (A.30) tem-se

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(2)} \eta_{kj} + \lambda^2 \sum_{l=1}^{N_x} B_{jl}^{(2)} \eta_{il} - \delta_{ij} \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\beta - \ln Q_{ij}}{1 - Q_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{\beta - \ln Q_{ij}} - \frac{1 - Q_{ij}}{(\beta - \ln Q_{ij})^2 Q_{ij}} \right] \eta_{ij} = \\ = - \left[\sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(2)} Q_{kj} + \lambda^2 \sum_{l=1}^{N_x} B_{jl}^{(2)} Q_{il} + \delta_{ij} \alpha \left(\frac{1 - Q_{ij}}{\beta - \ln Q_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Na equação (A.31) a função δ vale 1 para o ponto de insuflamento e 0 para os demais pontos. O problema foi simulado para várias malhas, com $\lambda=1$ e $\beta=40$. O parâmetro α depende da malha, visto que a área de insuflamento é aproximada pela área de influência do ponto central, conforme figura A1.5. A disposição dos pontos na malha segue o esquema das raízes dos polinômios deslocados de Chebyshev, equação (A.12) nas direções x e y .

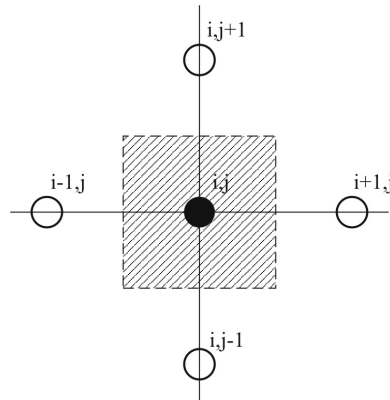


Figura A1.5 – Região de influência do ponto de insuflamento.

As variáveis de interesse são a vazão mássica de insuflamento, a vazão mássica que sai pelas bordas da placa, a força de sustentação da placa e a pressão no ponto central. Os resultados são apresentados na figura A1.6. A razão entre a pressão do reservatório é 3 vezes a pressão ambiente.

Como pode ser observado, apesar de haver uma tendência de convergência para a pressão e a força de sustentação até a malha de 25x25 pontos, não é possível estabelecer qual o valor final para esses parâmetros de interesse. O comportamento para a vazão mássica pelas bordas da placa é oscilante, alternando valores negativos e positivos, com uma média próxima ao valor da vazão mássica insuflada pelo canal de alimentação. Na figura A1.7 é mostrado o perfil de pressão ao longo da linha central da placa. Os campos de pressão para as malhas

25x25 e 27x27 apresentam um comportamento espúrio, provavelmente devido a erros na determinação dos coeficientes da DQM.

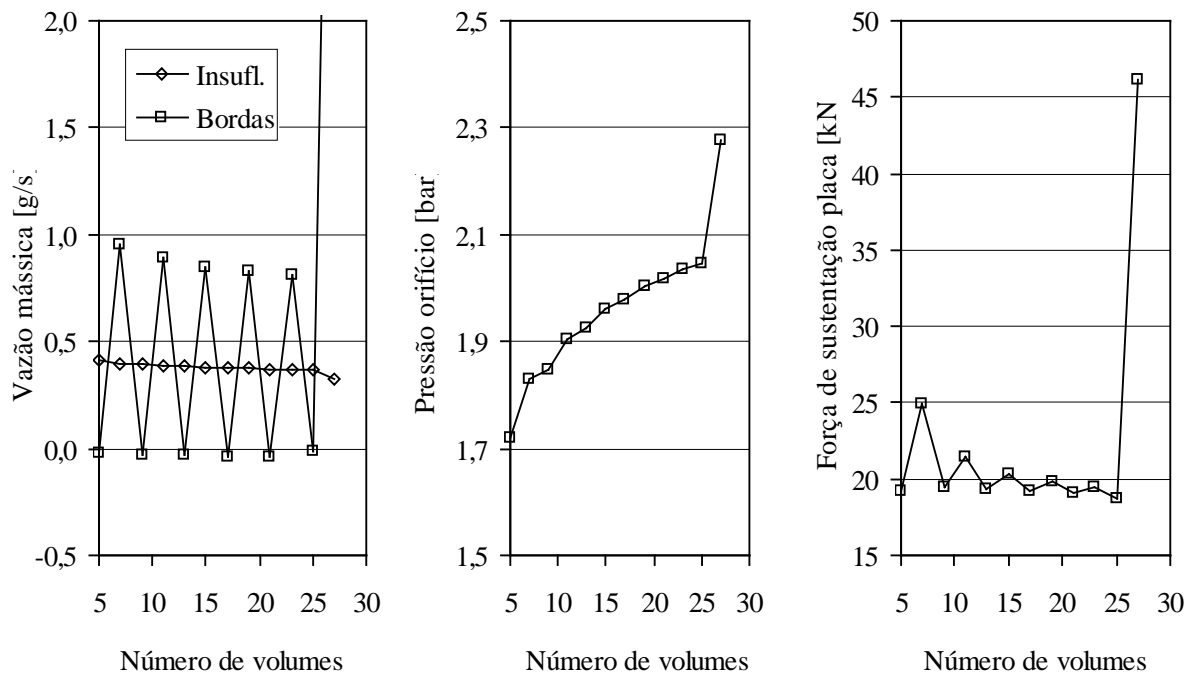


Figura A1.6 – Resultados da placa com insuflamento central através do DQM.

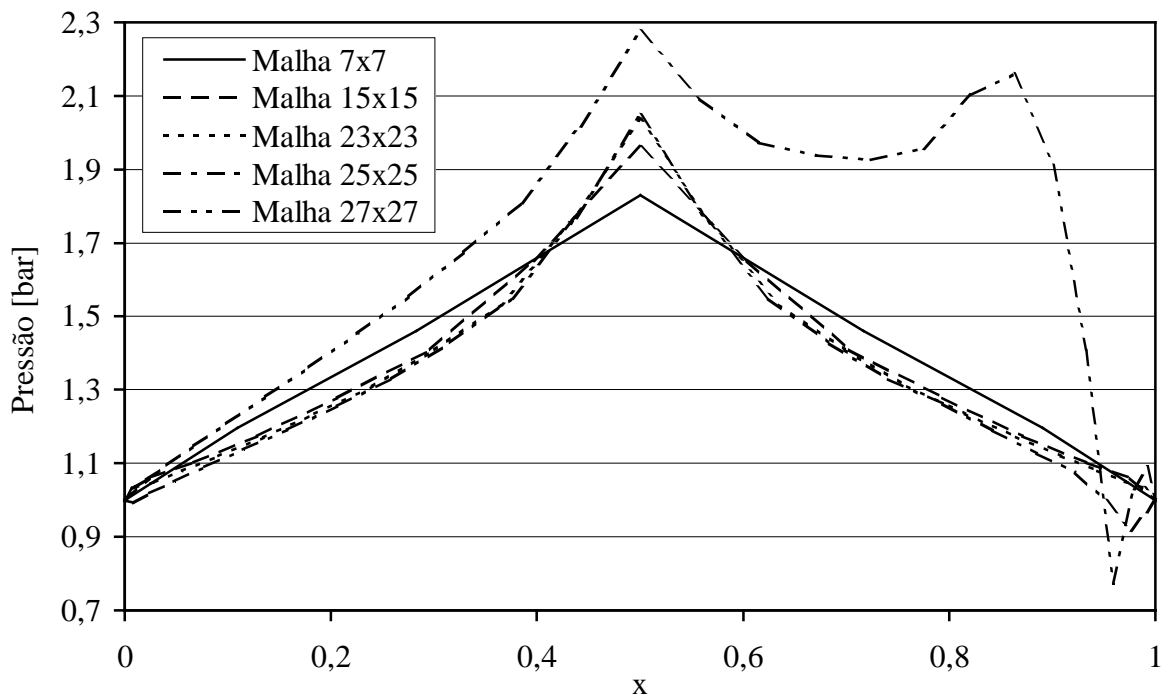


Figura A1.7 – Pressão ao longo da linha central da placa.

Na figura A1.8 é apresentado o perfil de pressão na região próxima a borda da placa (ampliação). O comportamento da solução não é adequado, inclusive para a malha 25x25 a pressão do ponto adjacente à borda é menor que a própria pressão ambiente, o que é inconsistente.

O método da quadratura parece ter dificuldades em tratar o efeito associado a um termo fonte concentrado dentro do domínio. Isso faz sentido, pois ao aproximar a derivada em um ponto como sendo a soma ponderada do valor da variável ao longo da mesma linha por todo o domínio é importante que a equação governante seja a mesma. Eventuais discontinuidades podem afetar seriamente a avaliação das derivadas.

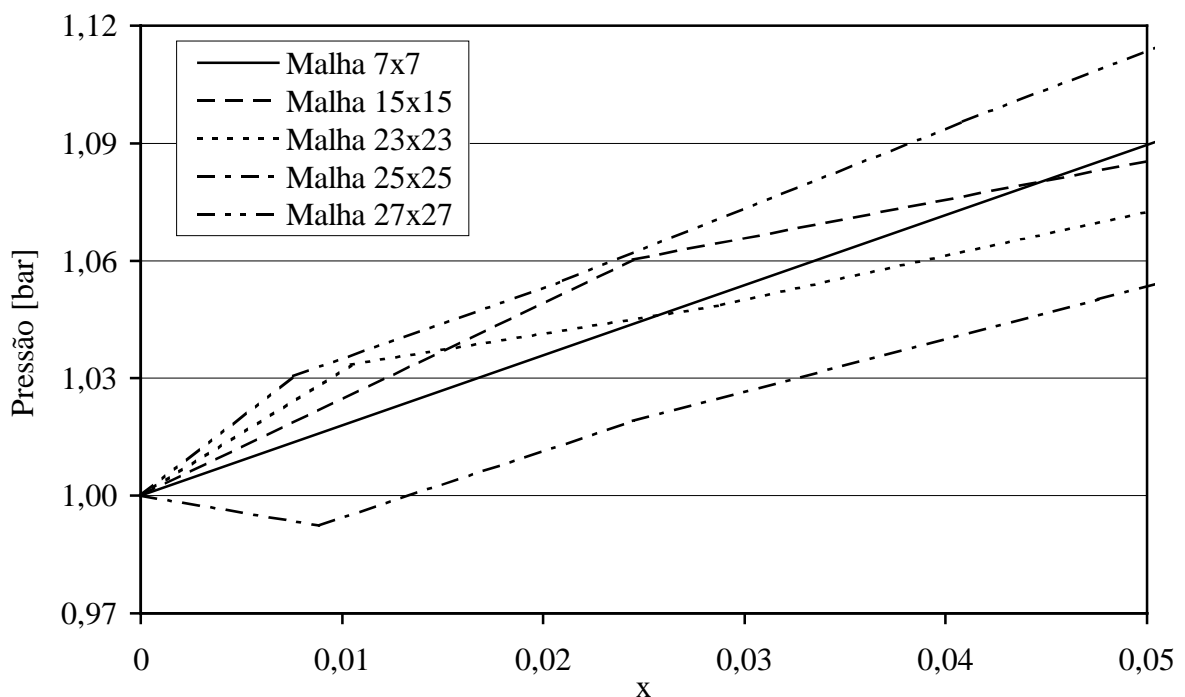


Figura A1.8 – Pressão ao longo da linha central da placa – região próxima a borda.

Uma nova revisão na literatura confirmou essa limitação, como por exemplo em Chen et al. (2000), Liu (2000) e Zong et al. (2005), artigos na área de análise estrutural subdividindo o domínio para tratar cargas concentradas ou outras discontinuidades no domínio. Striz et al. (1997) e Zhong e He(1998) já tinham proposto uma técnica mista chamada metodo dos elementos de quadratura (QEM) que combina a quadratura diferencial com o método de elementos finitos. Para a aplicação desse esquema em mancais compressíveis com insuflamento o número de elementos uniformes cresceria assustadoramente, inviabilizando o método na prática.

Uma outra proposta de contornar essa dificuldade foi proposta por Revelli et al. (2004), onde o termo fonte associado à injeção de um contaminante em um escoamento foi aproximado como uma função suave sobre todo o domínio, ou seja, aproximar a função δ_{ij} por uma função contínua. No entanto, um erro é introduzido na solução pois massa seria insuflada em outros locais que não somente o ponto de insuflamento.

Este procedimento foi aplicado ao problema da placa com insuflamento central, através da aproximação

$$\delta(r) = \exp\left(\frac{-cr^2}{(r-d)^2(d-r)^2}\right) \quad (\text{A.32})$$

onde

$$r = \sqrt{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2} \quad (\text{A.33})$$

$$r-d > 0 \text{ e } r+d < 1 ; c > 0$$

As constantes c e d são escolhidas de forma a simular a função δ . No caso, $d=0.4$ e $c = 1, 5 \text{ e } 10$. O perfil da função delta pode ser vista na figura A1.9.

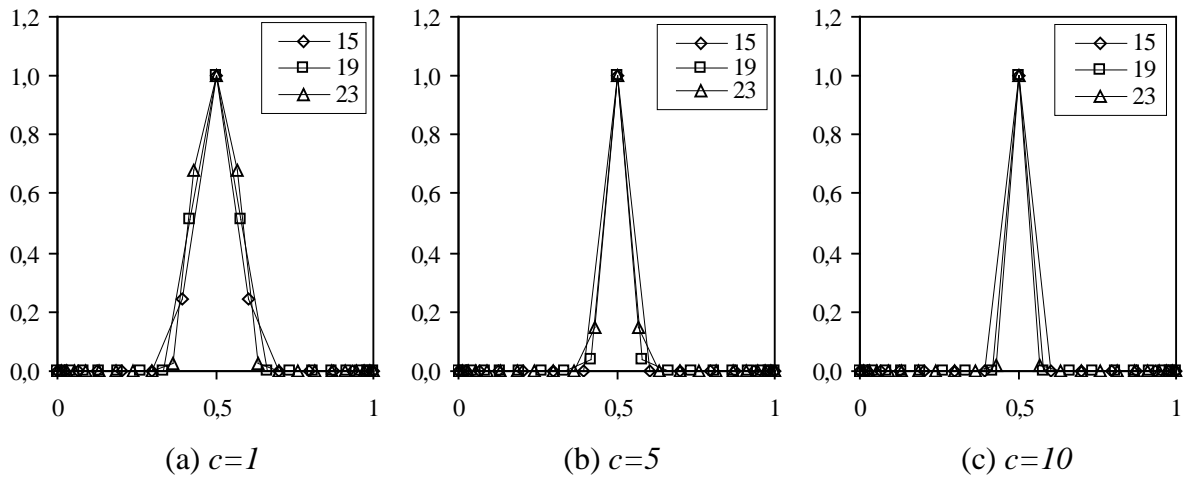


Figura A1.9 – Função $\delta(r)$ em função do parâmetro c para várias malhas.

O erro decorrente do insuflamento de massa através dos pontos próximos ao ponto de insuflamento real pode ser estimado pelo somatório da função $\delta(r)$ sobre todos os pontos do domínio. Para $c=10$ a função $\delta(r)$ continua sendo descontínua na prática, principalmente nas malhas mais esparsas.

Na tabela A1.1 são apresentados os resultados numéricos obtidos com a DQM com termo fonte distribuído e na tabela A1.2 o mesmo problema resolvido pelo método dos volumes finitos com insuflamento somente no ponto central para comparação do resultado.

Os resultados continuam inconsistentes, mesmo considerando o adicional de massa insuflado no domínio. À medida que a malha vai sendo refinada e o insuflamento se torna mais distribuído há uma tendência do insuflamento corrigido e a vazão mássica pelas bordas se aproximarem. No entanto, o campo de pressão gerado se desvia muito daquele correspondente ao modelo original de insuflamento concentrado, conforme mostrado na figura A1.10.

Tabela A1.1 – Resultados numéricos para DQM + termo fonte distribuído.

c	Malha	$\sum \delta(r)$	Vazão mássica insuflado [kg/s]		Vazão mássica bordas [kg/s]	Carga placa [N]	Pressão ponto central [Pa]
			Centro	Corrigido			
1	15x15	2,00000	$3,356 \times 10^{-4}$	$6,712 \times 10^{-4}$	$1,033 \times 10^{-3}$	$3,221 \times 10^4$	$2,239 \times 10^5$
	19x19	3,55153	$2,671 \times 10^{-4}$	$9,486 \times 10^{-4}$	$1,077 \times 10^{-3}$	$4,209 \times 10^4$	$2,548 \times 10^5$
	23x23	5,19700	$2,116 \times 10^{-4}$	$1,099 \times 10^{-3}$	$1,037 \times 10^{-3}$	$4,717 \times 10^4$	$2,726 \times 10^5$
5	15x15	1,00352	$3,803 \times 10^{-4}$	$3,816 \times 10^{-4}$	$8,526 \times 10^{-4}$	$2,041 \times 10^4$	$1,961 \times 10^5$
	19x19	1,14416	$3,668 \times 10^{-4}$	$4,197 \times 10^{-4}$	$8,559 \times 10^{-4}$	$2,176 \times 10^4$	$2,054 \times 10^5$
	23x23	1,60980	$3,361 \times 10^{-4}$	$5,411 \times 10^{-4}$	$9,083 \times 10^{-4}$	$2,675 \times 10^4$	$2,236 \times 10^5$
10	15x15	1,00000	$3,805 \times 10^{-4}$	$3,805 \times 10^{-4}$	$8,519 \times 10^{-4}$	$2,036 \times 10^4$	$1,960 \times 10^5$
	19x19	1,00519	$3,742 \times 10^{-4}$	$3,761 \times 10^{-4}$	$8,259 \times 10^{-4}$	$1,985 \times 10^4$	$2,004 \times 10^5$
	23x23	1,08786	$3,644 \times 10^{-4}$	$3,964 \times 10^{-4}$	$8,289 \times 10^{-4}$	$2,061 \times 10^4$	$2,069 \times 10^5$

Tabela A1.2 – Resultados numéricos para volumes finitos + termo fonte concentrado.

Malha	Vazão insuflada [kg/s]	Vazão bordas [kg/s]	Carga placa [N]	Pressão ponto central [Pa]
15x15	$3,587 \times 10^{-4}$	$3,587 \times 10^{-4}$	$1,845 \times 10^4$	$2,105 \times 10^5$
19x19	$3,521 \times 10^{-4}$	$3,521 \times 10^{-4}$	$1,820 \times 10^4$	$2,145 \times 10^5$
23x23	$3,469 \times 10^{-4}$	$3,469 \times 10^{-4}$	$1,799 \times 10^4$	$2,176 \times 10^5$
41x41	$3,321 \times 10^{-4}$	$3,321 \times 10^{-4}$	$1,734 \times 10^4$	$2,258 \times 10^5$

Ainda seja possível desconsiderar a vazão pelas bordas através no DQM, as outras variáveis resposta não apresentam concordância ou convergência para o resultados obtidos através do método dos volumes finitos.

Esses resultados preliminares mostram claramente a limitação do DQM quando descontinuidades no modelo estão presentes e nestes casos modelos de baixa ordem como volumes finitos ou elementos finitos apresentam melhores resultados. De qualquer forma, o DQM e toda uma classe de métodos numéricos conhecidos como métodos de colocação ainda está em franco desenvolvimento e suas potencialidades e limitações serão cada vez mais conhecidas.

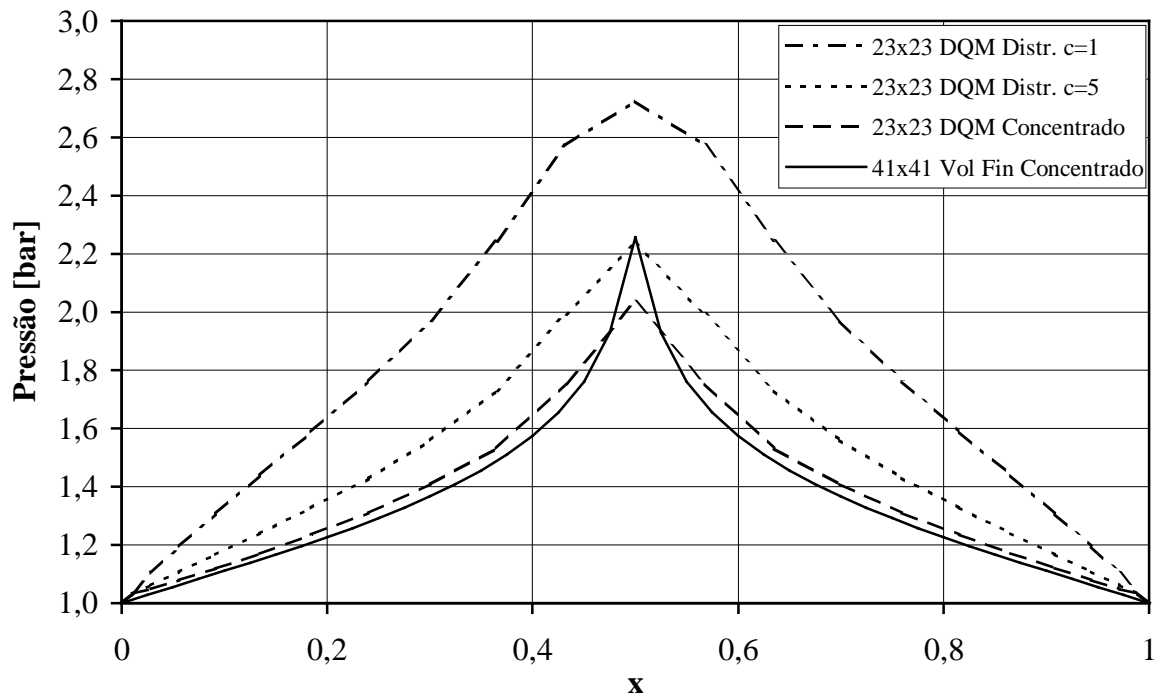


Figura A1.10 – Pressão na linha central, comparativo DQM x volumes finitos.

APÊNDICE 2

CAMPOS DE PRESSÃO DO PISTÃO PNEUMÁTICO

Nesta seção são apresentados os campos de pressão na folga planificada entre o pistão e o cilindro em vários instantes de tempo ao longo do período de descolamento do pistão no cilindro do compressor linear.

É interessante observar o perfil de pressão nos orifícios de insuflamento na seção mais próxima ao topo do pistão ($\eta = 0$), principalmente quando a pressão no cilindro atinge os valores máximos. Nesse instante, ao redor do $t/T=0.5$, as pressões nos orifícios de insuflamento são amortecidas pelo gradiente de pressão no sentido axial.

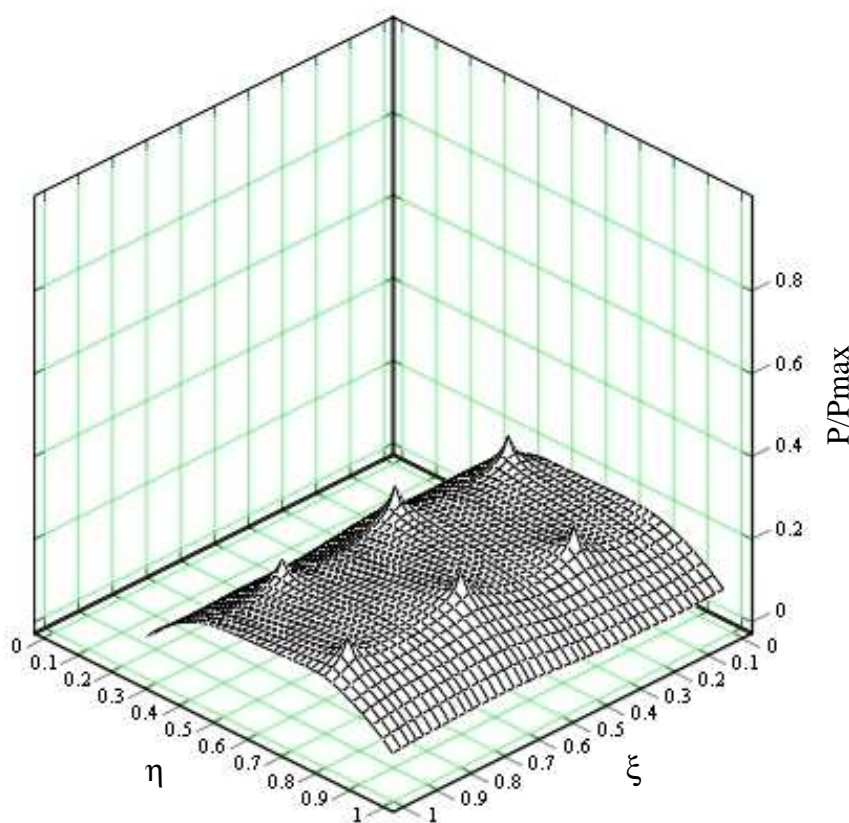


Figura A2.1 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,000$.

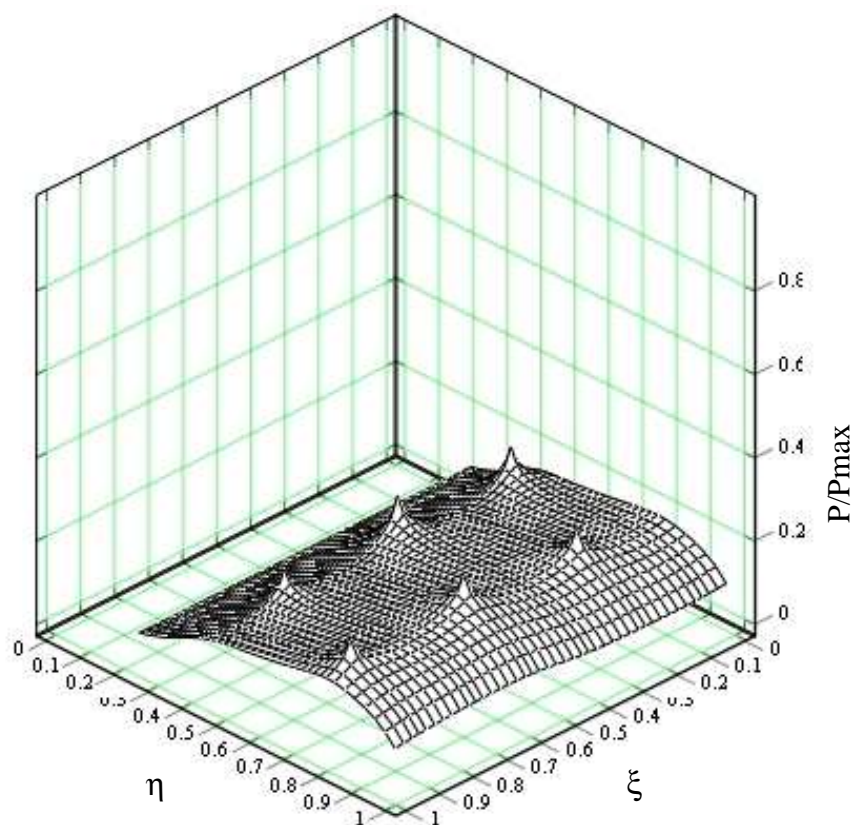


Figura A2.2 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,125$.

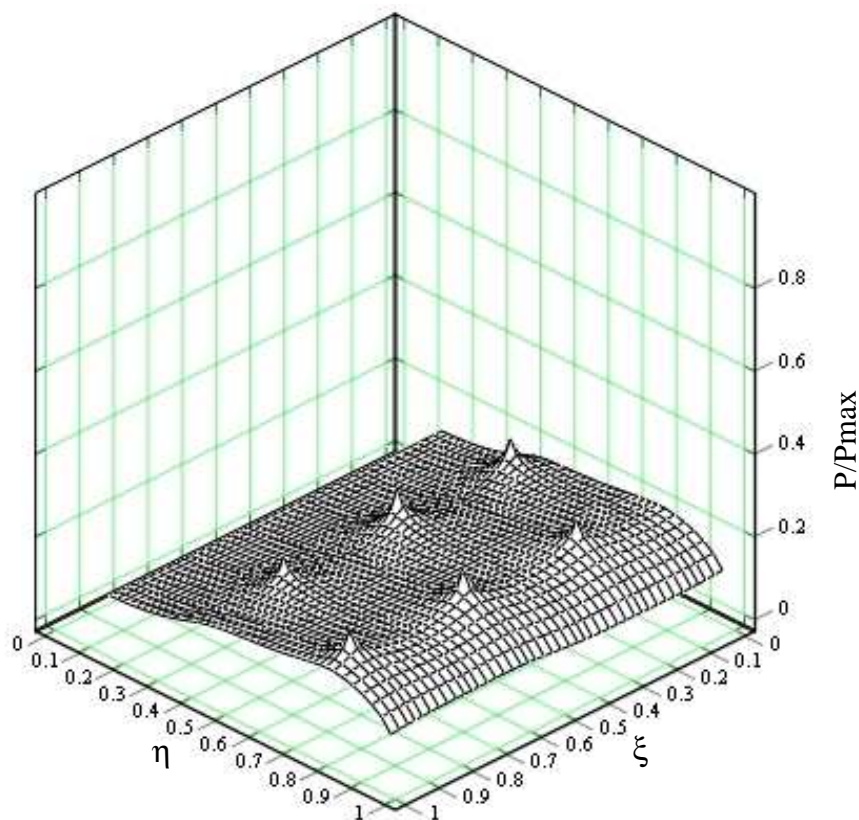


Figura A2.3 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,250$.

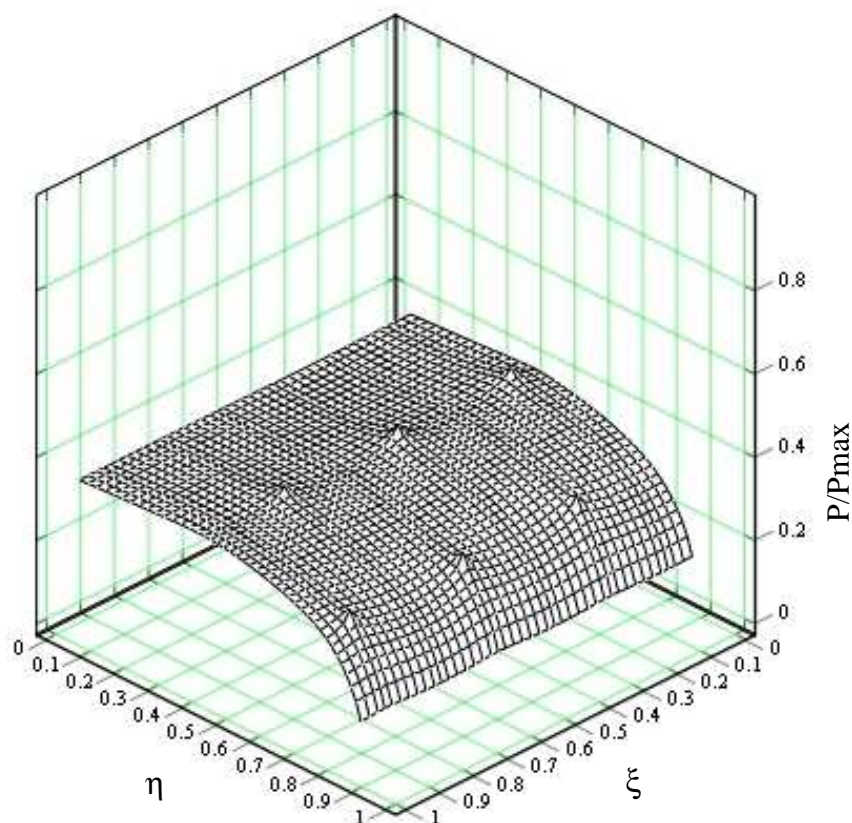


Figura A2.4 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,375$.

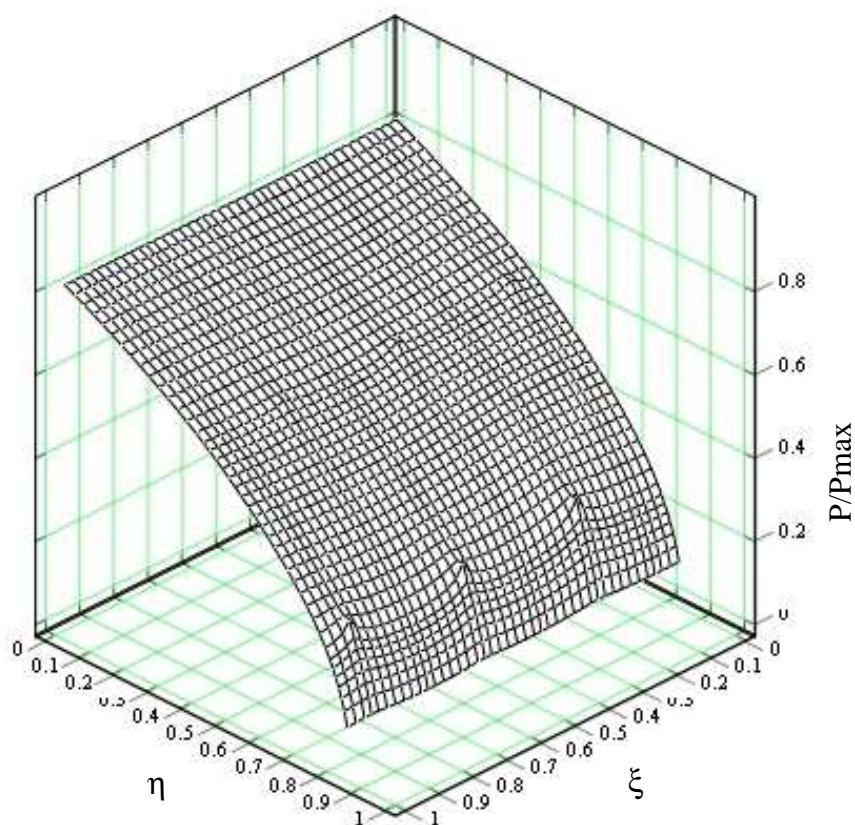


Figura A2.5 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,500$.

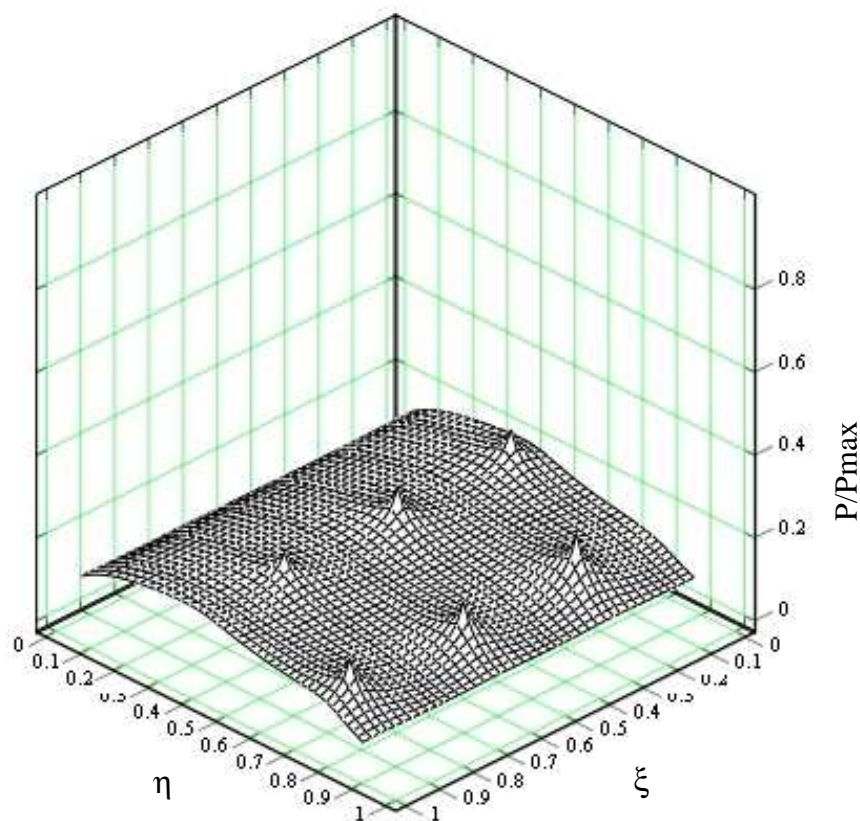


Figura A2.6 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,625$.

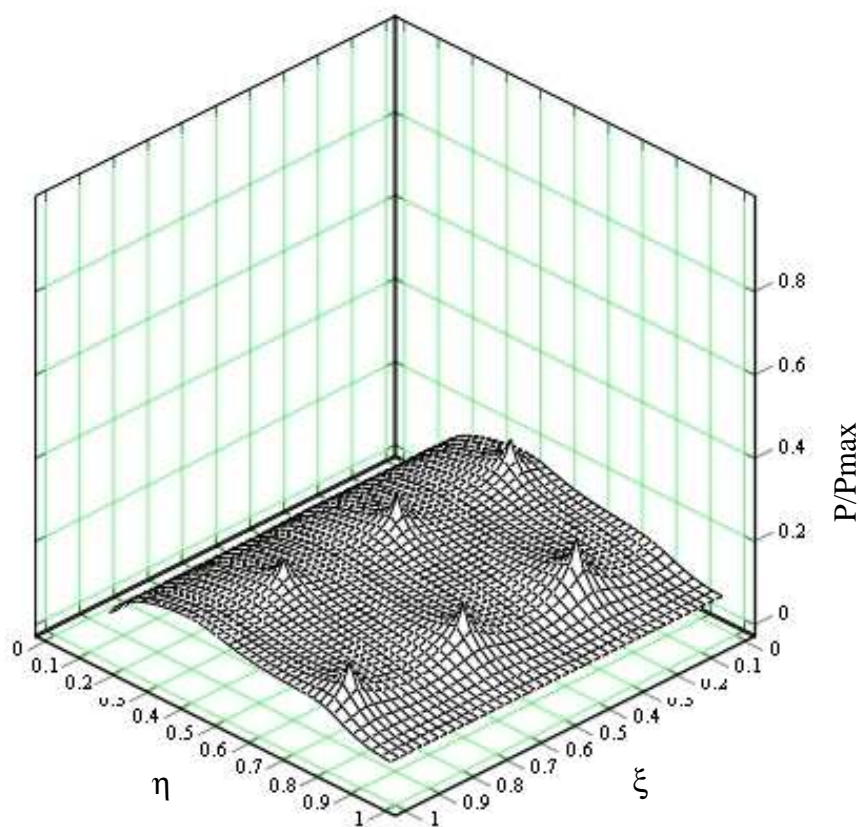


Figura A2.7 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,750$.

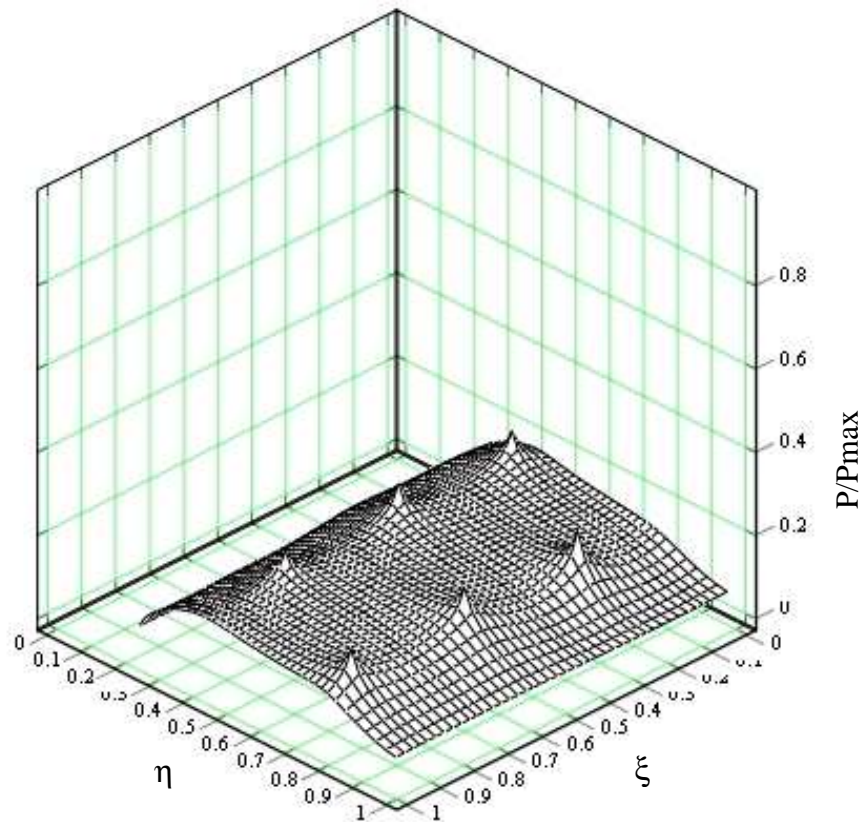


Figura A2.8 – Campo de pressão na folga planificada para $t/T = 0,875$.